

Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-009034

Fecha y hora de registro: 2013-06-22 11:47:13.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa



Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.dmrighs.com>



LibrosMareaVerde.tk

www.apuntesmareaverde.org.es



Autora: Ana Lorente

Revisora: Adela Salvador

Ilustraciones: Banco de imágenes del INTEF

Índice

1. NÚMEROS ENTEROS

- 1.1. NÚMEROS POSITIVOS, NEGATIVOS Y CERO
- 1.2. DONDE APARECEN LOS NÚMEROS NEGATIVOS
- 1.3. ¿QUÉ SON?
- 1.4. VALOR ABSOLUTO DE UN NÚMERO ENTERO
- 1.5. OPUESTO DE UN NÚMERO ENTERO

2. REPRESENTACIÓN GRÁFICA

- 2.1. REPRESENTACIÓN EN LA RECTA Y ORDEN EN EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS

3. OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS

- 3.1. SUMA DE NÚMEROS ENTEROS
- 3.2. RESTA DE NÚMEROS ENTEROS
- 3.3. OPERACIONES COMBINADAS DE SUMAS Y RESTAS
- 3.4. PRODUCTO Y COCIENTE DE NÚMEROS ENTEROS
- 3.5. POTENCIAS DE NÚMEROS ENTEROS
- 3.6. OPERACIONES COMBINADAS. JERARQUÍA DE OPERACIONES
- 3.7. OPERACIONES CON CALCULADORA



Resumen

Si subes en un ascensor de un edificio con garaje habrás observado que las plantas de sótano son -1 , -2 ... Son números negativos. Cómo habrás visto, también se usan números negativos en los termómetros para indicar temperaturas por debajo de cero grados centígrados, para anotar las deudas en un balance, al indicar la profundidad de un objeto bajo el nivel del mar, en algunas latitudes y longitudes geográficas, en una fecha anterior a Cristo, incluso al decir algunas horas...

En este capítulo vas a aprender a trabajar con números positivos y negativos, a sumarlos, restarlos, multiplicarlos, dividirlos y representarlos en una recta.



1. NÚMEROS ENTEROS

1.1. Números positivos, negativos y cero

Existen ocasiones de la vida cotidiana en que es preciso usar números distintos de los naturales, números positivos y negativos. Los números naturales no resultar ser suficientes.

- Por ejemplo, si tienes 20 euros y gastas 25 euros, ¿de cuántos euros dispones? Tienes una deuda de 5 €, y por lo tanto tienes una cantidad negativa de dinero.

Fíjate en estos ejemplos:

Ejemplo:

- Al hacer las cuentas de tu dinero puedes indicar con números positivos lo que recibes y con negativos lo que gastas. Así, si recibes 10 € de paga semanal lo indicarás (+10) y si gastas 1 € en un helado lo indicarás (-1) €. Si te quedas sin dinero dirás que tienes 0 €.

Ejemplo:

- Cuando hace mucho frío, por ejemplo 5 grados bajo cero, se indica diciendo que hace -5°C , mientras que si se dice que hace 9 grados, se indica $+9^{\circ}\text{C}$.

Ejemplo:

- Se dice que el monte Niblock mide 2 976 m, mientras que una sima marina, por ejemplo, la fosa de las Marianas, la más profunda del mundo, que está a 11 516 m bajo el nivel del mar, se indica diciendo que está a $-11\,516$ m. El nivel del mar es el nivel 0.



Monte Niblock
Ilustración de INTEF.
Banco de imágenes

Actividades propuestas

1. Escribe el número que mejor representa la situación que se plantea:

- Un avión vuela a 1 292 m de altura
- El lunes el termómetro marcaba 6°C bajo cero
- El coche estaba en el sótano 2
- Sócrates nació en el año 470 antes de Cristo

1.2. Donde aparecen los números negativos

Los números negativos aparecen al considerar:

- El capital de una empresa que ha quebrado.
- Temperaturas por debajo de cero grados.
- Fechas antes de Cristo.
- Profundidad de un submarino bajo el nivel del mar.
- Se dice “las seis menos cinco” o las “ocho menos veinte”.



Actividades propuestas

2. Expresa estos enunciados con un número positivo, negativo o cero:

- Me he gastado toda la paga.
- Mi ciudad está a 700 m sobre el nivel del mar.
- El garaje está en el segundo sótano.

1.3. ¿Qué son?

Los **números enteros** son una ampliación de los números naturales:

- Los números enteros **positivos** son los números naturales y se escriben precedidos del signo +: +1, +2, +3, +4, +5...
- Los enteros negativos van precedidos del signo -: -1, -2, -3....
- El cero es el único número entero que no es ni negativo ni positivo y no lleva signo.

El conjunto de los números enteros se representa por **Z**.

$$\mathbb{Z} = \{0, +1, -1, +2, -2, +3, -3, +4, -4, \dots\}$$

Al escribir un número entero positivo no se suele escribir su signo: $+2 = 2$; $+6 = 6$.

Actividades propuestas

3. Indica el significado de los números -5, 0 y +3 en cada una de las situaciones siguientes:

- a) En un ascensor b) En un termómetro c) En una cuenta



1.4. Valor absoluto de un número entero

La distancia que separa un número entero del cero se define como **valor absoluto** del número.

- Es siempre un número positivo (o cero).
- Se escribe entre dos barras | |.

Ejemplo:

- El valor absoluto de +3, es 3, y se escribe: $|+3| = 3$; el valor absoluto de -7 es 7, por tanto $|-7| = 7$, del mismo modo: $|+8| = 8$, $|-5| = 5$.

Actividades propuestas

4. Calcula el valor absoluto de los siguientes números:

- a) $|+9|$ b) $|-11|$ c) $|0|$ d) $|-6|$

$$|+4| = 4$$

$$|-2| = 2$$

1.5. Opuesto de un número entero

El **opuesto** de un número entero es otro número entero de igual valor absoluto y distinto signo.

Lo opuesto de "deber" es "tener". Lo opuesto de 5 m de altura es 5 m bajo el nivel del mar. Lo opuesto de 4º C es 4º C bajo cero, etc.

Se escribe: $\text{Op}(+a) = -a$, $\text{Op}(-a) = +a$ o bien: $-(+a) = -a$, $-(-a) = +a$

Ejemplo:

- $\text{Op}(+3) = -3$ $\text{Op}(-8) = +8$ $-(+3) = -3$ $-(-8) = +8$

Actividades propuestas

5. Escribe en tu cuaderno:

- a) $|-5|$ b) $|+7|$ c) $\text{Op}(+6)$ d) $\text{Op}(-4)$

6. Escribe dos números que disten 4 de cero. ¿Cuánto dista de cero -3? ¿Y +3?

Observa que...

Dos números opuestos tienen el mismo valor absoluto y distinto signo.

Ejemplo: **+5 y -5**

2. REPRESENTACIÓN GRÁFICA

2.1. Representación en la recta numérica y orden en el conjunto de los números enteros

Los números enteros se representan en la recta numérica así:

1. Debemos trazar una recta horizontal y marcamos el **cero**, que se llama **origen**
2. Dividimos la recta en segmentos iguales, de longitud 1
3. Colocamos los números positivos a partir del cero a la derecha y los números negativos a partir del cero a la izquierda.



Ejemplo:

- Representa en una recta numérica: $-2, 0, 4, -1, 8, -7, -3$ y 1



De esta forma quedan ordenados los números enteros. Cuanto más a la derecha esté un número situado en la recta numérica es mayor, y cuanto más a la izquierda esté situado, es menor.

Ejemplo:

- -7 está más a la izquierda que $+4$ por tanto -7 es menor que $+4$. Se escribe $-7 < +4$

El signo $<$ se lee “menor que” y el signo $>$ se lee “mayor que”.

Ejemplo:

- Podemos ordenar números utilizando los signos anteriores:

$$-7 < -3 < -2 < -1 < 0 < 2 < 4 < 8.$$

O bien:

$$8 > 4 > 2 > 0 > -1 > -2 > -3 > -7.$$

- Parece raro que el 0 sea mayor que otro número, pero piensa que se tiene más si no se tiene nada, que si se debe dinero. Si el termómetro marca 0°C no hace mucho calor, pero menos calor hace si marca: -7°C . Es decir: $0 > -7$

Actividades propuestas

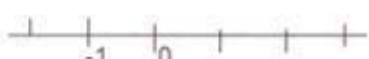
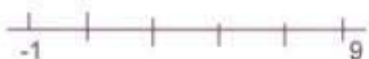
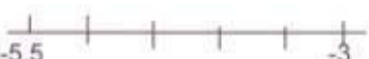
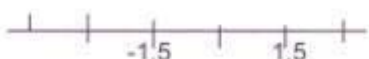
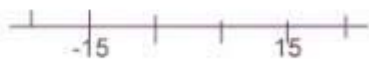
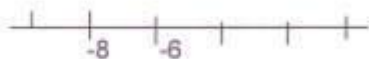
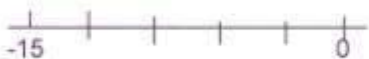
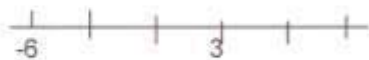
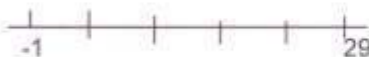
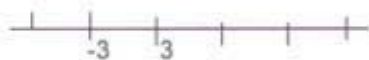
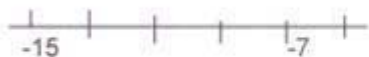
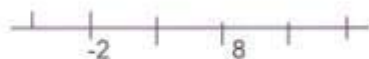
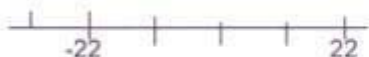
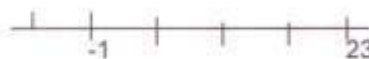
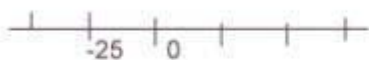
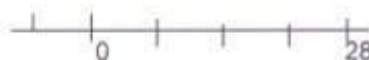
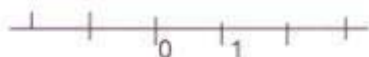
7. Representa en una recta numérica en tu cuaderno los siguientes números y ordénalos de menor a mayor: $-7, 3, 1, -4, 6, -5, -2$ y 0 .
8. Completa en tu cuaderno con el signo $<$ (menor) o $>$ (mayor) según corresponda:
a) -11 -6 b) -8 $+4$ c) $+2$ $+10$ d) $+3$ -9 e) -2 $|-6|$
9. Ordena de menor a mayor:
a) $+12, -4, -15, +13$ b) $+3, -25, -9, -6$
10. Tales de Mileto vivió hacia el año 600 a. C. y Newton durante el siglo XVII, ¿qué diferencia de siglos hay entre ambas fechas?

Ayuda: Representa ambas fechas en una recta numérica.

Recursos didácticos fotocopiables

Rectas numéricas

Escribe los números que faltan en los puntos señalados de las siguientes rectas numéricas:



3. OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS

3.1. Suma de números enteros

Ejemplo:

- Tienes 12 € y te dan 5 € entonces tienes 17 €: $+12 + 5 = +17$.
- Debes 12 € y gastas 5 € entonces acumulas una deuda de 17 €: $-12 - 5 = -17$.

Para **sumar** dos números enteros de igual signo se suman sus valores absolutos y se pone el signo de los sumandos

- Tienes 12 € pero debes 5 € entonces tienes 7 €: $-5 + 12 = +7$.
- Debes 12 € y tienes 5 € entonces debes 7 €: $-12 + 5 = -7$.

Para **sumar** dos números enteros de distinto signo se restan sus valores absolutos y se pone el signo del sumando de mayor valor absoluto

Suma de tres o más enteros

Se puede sumar 3 o más enteros mediante dos procedimientos:

1) Se suman los dos primeros sumandos y se suma el tercer sumando al resultado:

Ejemplo:

$$+8 - 5 + 2 = +3 + 2 = +5$$

En el caso de 4 sumandos se pueden sumar de dos en dos:

Ejemplo:

$$+8 - 5 + 2 - 6 = +3 - 4 = -1$$

2) Se suman los positivos por un lado (**tengo**) y los negativos (**debo**) por otro y finalmente se obtiene el resultado:

Ejemplo:

$$\begin{array}{rcll} \text{Debo} & \text{tengo} & \text{debo} & \\ -12 & +19 & -4 & = +19 - 16 = +3 \\ \text{tengo} & \text{debo} & \text{tengo} & \text{debo} \\ +8 & -5 & +2 & -3 = +10 - 8 = +2 \end{array}$$

Observa que al sumar números enteros puedes hacerlo en cualquier orden y siempre se obtiene el mismo resultado. Y puedes asociar los términos como más te convenga y el resultado será el mismo.

Actividades propuestas

11. Realiza en tu cuaderno las siguientes sumas de números enteros

- a) $+9 + 5$ b) $(-6) + (-3)$ c) $+7 + (-4)$ d) $(-8) + 10$

12. Halla el resultado de las siguientes sumas:

- a) $(+12) + (+5) + (-4)$ b) $(-8) + (-2) + (-10)$ c) $(-15) + (-4) + (+9)$ d) $(-3) + (+11)$

13. Efectúa estas operaciones

- a) $(+8) + (+2) + (-2)$ b) $(-14) + (-7) + (-11)$ c) $(-7) + (-2) + (+6)$ d) $(-5) + (+2)$

3.2. Resta de números enteros

Para **restar** dos números enteros se suma al primero el opuesto del segundo.

Ejemplo:

- Observa los cuatro casos siguientes:

$$(+12) - (+7) = (+12) + \text{op}(+7) = (+12) + (-7) = +5$$

$$(+12) - (-7) = (+12) + \text{op}(-7) = (+12) + (+7) = +19$$

$$(-12) - (+7) = (-12) + \text{op}(+7) = (-12) + (-7) = -19$$

$$(-12) - (-7) = (-12) + \text{op}(-7) = (-12) + (+7) = -5$$

El signo **menos delante de un paréntesis** cambia los signos de los números que hay dentro del paréntesis.

Ejemplo:

- Vamos a comprobar esa propiedad realizando de dos formas distintas las operaciones:

- Calculamos primero el paréntesis:

$$(+12) - ((-4) + 7) = (+12) - (+3) = +9$$

- Cambiamos primero los signos

$$(+12) - ((-4) + 7) = (+12) + ((+4) + (-7)) = (+12) + (-3) = +9$$

Actividades propuestas

- 14.** Un autobús comienza el viaje con 45 pasajeros. En la primera parada se bajan 7 y se suben 12. En la segunda se bajan 10 y se suben 8, y en la tercera se bajan 4. ¿Cuántos pasajeros hay en el autobús?



Expresiones sencillas con paréntesis

El signo más (+) indica suma o que el número es positivo, y el signo menos (-) indica resta o que el número es negativo. Si se quiere escribir "sumar al 8 el número -3" no es correcto escribir $8 + -3$, lo correcto es escribir: $8 + (-3)$ añadiendo un paréntesis. Del mismo modo para escribir "**restar** al 7 el número -3", no es correcto $7 - -3$, se debe escribir $7 - (-3)$ añadiendo el paréntesis.



Actividades propuestas

- 15.** Un avión vuela a 4 000 m y un submarino está sumergido a 60 m, ¿qué distancia en metros les separa?
- 16.** El emperador romano Augusto nació el 23 de septiembre del año 63 a. C. y murió el 19 de agosto del año 14 d. C. ¿Cuántos años vivió?
- 17.** Expresa al número 10 como suma y resta de 3 números enteros.
- 18.** Expresa al número cero como suma y resta de cuatro números enteros.

3.3. Operaciones combinadas de suma y restas

En las operaciones de sumas y restas combinadas, como el siguiente:

$$(+2) + (-1) - (+3) - (-5) + (-8)$$

Debemos:

1º) Eliminar los paréntesis

2º) Operar adecuadamente los números resultantes

Recuerda que:

$$+ (+a) = +a$$

$$+ (-a) = -a$$

$$- (+a) = -a$$

$$- (-a) = +a$$

Ejemplo:

$$(+2) + (-1) - (+3) - (-5) + (-8) = +2 - 1 - 3 + 5 - 8 = 7 - 12 = -5.$$

$$(+8) - (+3) + (-2) = +8 - 3 - 2 = 8 - 5 = +3.$$

$$(-7) + (-3) - (-5) = -7 - 3 + 5 = -10 + 5 = -5.$$

$$(-4) - (-7) + (-5) - (-1) = -4 + 7 - 5 + 1 = -9 + 8 = -1.$$

$$(-5) + (-6) - (-2) + (-3) = -5 - 6 + 2 - 3 = -14 + 2 = +12$$

Actividades propuestas

19. Realiza en tu cuaderno las siguientes sumas de números enteros

a) $+8 + 3$ b) $(-7) + (-9)$ c) $+10 + (-4)$ d) $(-7) + 7$

20. Realiza en tu cuaderno las siguientes sumas de números enteros usando el método de agrupar:

a) $-6 + 7 - 5$ b) $+5 - 7 + 9$ c) $-5 + 7 - 1$ d) $+6 - 9 - 2$

21. Realiza en tu cuaderno las siguientes sumas de números enteros usando el método de tener y deber:

a) $-3 + 6 - 4$ b) $+4 - 6 + 8$ c) $-4 + 6 - 9$ d) $+5 - 8 - 9$

22. Escribe en tu cuaderno el resultado:

a) $+(+5)$ b) $- (+6)$ c) $- (-7)$ d) $+ (-42)$

23. Realiza en tu cuaderno las siguientes sumas y diferencias de números enteros

a) $+(+4) + (-6)$ b) $- (+5) - (+7)$ c) $- (-6) + (+8)$ d) $- (+4) + (+2) - (-5)$
 e) $- (+3) - (+2) - (+7)$ f) $- (+3) + (-2) + (-5) - (-6)$ g) $- (+2) - (+4) - (-5) - (-6)$

24. Realiza en tu cuaderno las siguientes operaciones:

a) $+(+6) + (-8) + (+2)$ b) $- (+7) - (+9) + (+1)$ c) $- (-8) + (+1)$ d) $- (+6) + (+4) - (-7)$
 e) $- (+5) - (+4) - (+9)$ f) $- (+5) + (-4) + (-7) - (-8)$ g) $- (+4) - (+6) - (-7) - (-8)$

3.4. Producto y cociente de números enteros

Para **multiplicar** dos números enteros se debe:

1º) Multiplicar sus valores absolutos

2º) Aplicar la **regla de los signos** siguiendo lo siguiente:

Es decir, se asigna el signo + si ambos factores tienen el mismo signo, y el signo – si tienen distinto signo.

+	·	+	=	+
-	·	-	=	+
+	·	-	=	-
-	·	+	=	-

Ejemplo:

$$(+6) \cdot (+4) = +24$$

$$(-3) \cdot (-4) = +12$$

$$(+5) \cdot (-3) = -15$$

$$(-7) \cdot (+5) = -35$$

Ejemplo:

Luis gana 20 euros al mes, si no gasta nada, ¿cuánto ahorrará al cabo de 5 meses?

$(+20) \cdot (+5) = +100$ € ahorrará al cabo de 5 meses.

Ejemplo:

El recibo mensual es de 30 euros al mes. ¿Cuánto gastará al cabo de 7 meses?

$(-30) \cdot (+7) = -210$ € gastará al cabo de 7 meses.

Ejemplo:

Eva gasta 10 euros al mes en golosinas. Deja de comprarlas durante 3 meses. ¿Cuánto ha ahorrado?

$(-10) \cdot (-3) = +30$ € ahorrará al cabo de 3 meses.

Para **dividir** dos números enteros se debe:

1º) Calcular el cociente de sus valores absolutos

2º) Asignar al resultado un signo mediante la siguiente regla:

+	:	+	=	+
-	:	-	=	+
+	:	-	=	-
-	:	+	=	-

Ejemplo:

$$(+25) : (+5) = +5$$

$$(-16) : (-2) = +8$$

$$(+21) : (-3) = -7$$

$$(-36) : (+9) = -4$$

Actividades propuestas

25. Realiza los siguientes productos y divisiones de números enteros:

- | | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| a) $(+3) \cdot (+2)$ | b) $(+4) \cdot (-7)$ | c) $(-8) \cdot (-9)$ | d) $(-5) \cdot (+6)$ |
| e) $(+20) : (+2)$ | f) $(+21) : (-3)$ | g) $(-30) : (-2)$ | h) $(-54) : (+6)$ |

26. Calcula en tu cuaderno los siguientes productos y divisiones de números enteros:

- | | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| a) $(+7) \cdot (+3)$ | b) $(+5) \cdot (-3)$ | c) $(-9) \cdot (-2)$ | d) $(-6) \cdot (+7)$ |
| e) $(+30) : (+3)$ | f) $(+50) : (-5)$ | g) $(-16) : (-4)$ | h) $(-70) : (+2)$ |

27. Efectúa mentalmente y anota los resultados en tu cuaderno:

- | | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| a) $(+2) \cdot (+4)$ | b) $(+3) \cdot (-2)$ | c) $(-6) \cdot (-3)$ | d) $(-5) \cdot (+8)$ |
| e) $(+8) : (+4)$ | f) $(+15) : (-3)$ | g) $(-10) : (-5)$ | h) $(-60) : (+6)$ |

3.5. Potencias de números enteros

Para calcular la **potencia** de un número entero se multiplica la base por sí misma tantas veces como indique el exponente.

Ejemplo:

$$(+2)^4 = (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) = +16$$

$$(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$$

Conviene tener en cuenta algunas particularidades que nos ayudan a abreviar el cálculo:

Las potencias de **base negativa** y exponente **par** son números positivos.

Ejemplo:

$$(-5)^2 = +25$$

Las potencias de **base negativa** y exponente **impar** son números negativos

Ejemplo:

$$(-5)^3 = -125$$

$$(-2)^2 = +4$$

$$(-2)^3 = -8$$

3.6. Operaciones combinadas. Jerarquía de operaciones

En las operaciones combinadas es preciso tener en cuenta la **jerarquía de las operaciones**:

1ª) Se resuelven las operaciones que estén dentro de paréntesis

2ª) Se realizan las multiplicaciones y las divisiones de izquierda a derecha

3ª) Se efectúan las sumas y las restas

Ejemplo:

Jerarquía de operaciones	$[(+4 - 5) \cdot (+3 - 7 - 2)] + (-9) : (-3) + 5$
1) Se resuelven los paréntesis	$[(-1) \cdot (-6)] + (-9) : (-3) + 5$
2) Se realizan multiplicaciones y divisiones	$[+6] + (+3) + 5$
3) Se efectúan sumas y restas	Resultado = 14

Actividades propuestas

28. Realiza las siguientes operaciones:

a) $+4 - (+5) \cdot (-3)$

b) $+6 + (-9) : (+2-5)$

c) $-3 + [-4 - (-26) : (+2)]$

29. Realiza las siguientes operaciones:

a) $+8 + (-1) \cdot (+6)$

b) $-6 + (-7) : (+7)$

c) $+28 - (-36) : (-9-9)$

d) $+11 + (+7) \cdot (+6 - 8)$

e) $-7 - [+4 - (-6) : (+6)]$

f) $+9 + [+5 + (-8) \cdot (-1)]$

30. Halla:

a) $(+1)^{2374}$

b) $(-1)^{2375}$

c) $(-3)^2$

d) $(-3)^3$

3.7. Operaciones con calculadora

Para utilizar la calculadora para hacer operaciones con números enteros debemos tener muy clara la **jerarquía de operaciones** y el uso de paréntesis. A la calculadora, o a un ordenador, haya que darle órdenes precisas. No puede comprender lo que hubiéramos querido escribir. Hay que hacerlo correctamente.

Ejemplo:

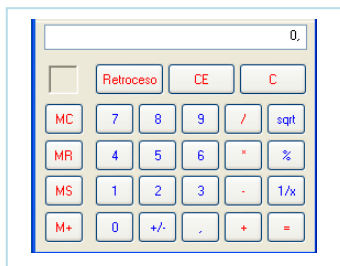
✚ Utiliza tu calculadora para calcular $11 + 7 \cdot 6 - 8$, antes de hacerlo, ¿qué opinas que va a salir?

¿Has obtenido 45? Si escribes directamente en tu calculadora $11 + 7 \cdot 6 - 8$, veamos en qué orden hace las operaciones. Primero calcula los productos: $7 \cdot 6 = 42$. Y luego las sumas y restas: $11 + 42 - 8 = 45$.

✚ Pero la operación que queríamos haber hecho era: $+11 + (+7) \cdot (+6 - 8)$. ¿Cómo debemos hacerla con calculadora?

De nuevo tienes que tener muy claro el uso de paréntesis y la jerarquía de operaciones. Recuerda, primero se hace lo que está entre paréntesis: $6 - 8 = -2$. Después los productos: $7 \cdot (-2) = -14$. Y por último las sumas y restas: $11 - 14 = -3$. Es decir, hay que teclear: $6 - 8 * 7 + 11$ y se obtiene -3 .

✚ Calcula 11^6 .



Para calcular una potencia con la calculadora (dependiendo del tipo de calculadora) o en un ordenador, debes escribir: 11^6 , y obtienes 1 771 561. En calculadoras demasiado sencillas deberás multiplicar 11 por sí mismo 6 veces. Una posible forma de hacerlo es multiplicar $11 \cdot 11 = 121$. Y a continuación:

$$121 \cdot 121 \cdot 121 = 1\,771\,561.$$

Actividades propuestas

31. Utiliza la calculadora para realizar las siguientes operaciones:

a) $+2 - (+6) \cdot (-4)$ b) $+9 + (-6) : (+3 - 6)$ c) $-1 + [-5 - (-27) : (+2)]$

32. Utiliza la calculadora para realizar las siguientes operaciones:

a) $+3 + (-2) \cdot (+7)$ b) $-4 + (-11) : (+11)$ c) $+14 - (-27) : (-9 - 9)$

d) $+5 + (+2) \cdot (+9 - 4)$ e) $-3 - [+5 - (-7) : (+7)]$ f) $+8 + [+3 + (-5) \cdot (-2)]$

33. Utiliza la calculadora para realizar las siguientes operaciones:

a) $(+3)^{16}$ b) $(-2)^{15}$ c) $(-3)^{11}$ d) $(-2)^{20}$



CURIOSIDADES. REVISTA

Pacto con el diablo



Una persona protestaba por su mala suerte. Había perdido su trabajo y sólo le quedaban unos euros en el bolsillo.

El diablo se le acercó y le hizo una extraña proposición:

—Yo puedo hacer que tu dinero se duplique cada vez que cruces el puente que atraviesa el río. La única condición es que yo te esperaré al otro lado y debes entregarme 24 €.

El trato parecía ventajoso. Sin embargo, cuando cruzó por tercera vez, al dar al diablo los 24 € se quedó sin nada. Había sido engañado. ¿Cuánto dinero tenía en un principio?

Un juego

Rellena con números enteros las casillas en blanco de tal manera que la suma de todas las filas y columnas sea siempre 3.

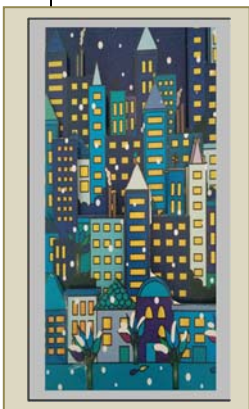
-6		+6
	+2	
		0

Rellena con números enteros las casillas en blanco de tal manera que el producto de todas las filas y columnas sea siempre -70.

		+7
	-7	
-7		+2

Rellena con los números -6, -5, 1, 2, 3, 5, 7, 9 y 11 de forma que todas las filas y columnas sumen lo mismo.

Rellena con los números -8, -6, -4, -3, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 11 de forma que todas las filas y columnas sumen lo mismo. Dos números pueden repetirse.



SUBIR Y BAJAR

El *Empire State Building*, uno de los rascacielos más emblemáticos de Nueva York, necesitó para la construcción de sus 103 plantas, unos diez millones de ladrillos. En su construcción, 3 000 obreros invirtieron, en 410 días, más de siete millones de horas de trabajo.

Para ascender casi sus 414 m de altura, hay que superar los 1 860 escalones que llegan hasta la planta 102.

Si quisiéramos llegar hasta el centro de la Tierra bajando por una escalera semejante, el número de escalones que bajaríamos sería..... (el radio de la Tierra mide aproximadamente 6 371 km).

RESUMEN

Números positivos, negativos y cero.	Los primeros llevan un signo + o no llevan signo, los segundos un signo -. El cero no tiene signo.	+2; 3; -5; 0
Números enteros	$Z = \{ \dots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 \dots \}$	
Valor absoluto de un número	Es su distancia al cero.	$ +4 = 4;$ $ -8 = 8.$
Números opuestos	Tienen el mismo valor absoluto pero distinto signo.	$Op(+5) = -5; Op(-9) = +9$
Ordenación de números	Es mayor el que esté más a la derecha en la recta numérica.	$410 > 20 > 0 > -21 > -43$ $-5 < -3$
Suma de números del mismo signo	Se suman sus valores absolutos y se pone el mismo signo.	$(+3) + (+9) = +12$ $(-4) + (-6) = -10$
Suma de números enteros de distinto signo	Se restan sus valores absolutos y se pone el signo del de mayor valor absoluto.	$(-2) + (+8) = +6$ $(-9) + (+2) = -7$
Sustracción	Se suma el minuendo con el opuesto del sustraendo.	$(-6) - (-3) = (-6) + (+3) = -3$ $(-4) - (+5) = (-4) + (-5) = -9$
Multiplicación	Se multiplican los valores absolutos y se aplica la regla de los signos: $++ = +; -- = +; +- = -; -+ = -$	$(+4) \cdot (+6) = +24$ $(-1) \cdot (-8) = +8$ $(-3) \cdot (+3) = -9$ $(+9) \cdot (-3) = -27$
Cociente	Se dividen sus valores absolutos y se aplica la misma regla de signos de la multiplicación.	$(-16) : (-2) = +8$ $(+27) : (-3) = -9$
Potencias de base negativa	Si el exponente es par, la potencia es positiva. Si el exponente es impar, la potencia es negativa.	$(-2)^4 = +16$ $(-2)^3 = -8$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Calcula en tu cuaderno:

- a. $(+7) - (-5) - (+2) + (-6)$ b. $-(-9) - (+7) + (-8) + (+6)$
 c. $+(-1) - (+15) - (-13) + (+7)$ d. $- (+2) + (-5) - (-17) - (+8) - (+4)$

2. Calcula mentalmente:

- a. $7 - 3$ b. $6 - 14$ c. $12 - 8$ d. $25 - 32$
 e. $31 - 43$ f. $56 - 63$ g. $-10 - 16$ h. $-31 - 18$
 i. $-44 - 11$ j. $-18 + 18$ k. $-27 + 9$ l. $-42 + 32$

3. Efectúa en tu cuaderno aplicando la regla de los signos:

- a. $(-6) \cdot (-7)$ b. $(-24) : (+4)$ c. $(-5) \cdot (+8)$ d. $(+49) : (-7)$ e. $(-7) \cdot (-9)$
 f. $(+48) : (+6)$ g. $(+11) \cdot (+6)$ h. $(-60) : (-10)$ i. $(-12) \cdot (-6)$ j. $(+75) : (-15)$

4. Halla y escribe el resultado en tu cuaderno:

- a. $6 - 9 - 5 + 4 - 7 + 1$ b. $11 - 12 + 8 - 14 + 16 - 7$
 c. $1 - 3 - 8 - 12 + 4 + 19 - 2$ d. $-8 - 16 + 9 + 2 - 8 - 7 + 12$

5. Utiliza la jerarquía de operaciones para calcular en tu cuaderno:

- a. $4 \cdot (10 - 12)$ b. $-6 \cdot (5 - 1)$ c. $6 \cdot (1 - 5) - 10$
 d. $10 + 5 \cdot (8 - 12)$ e. $7 \cdot (9 - 2) - 4 \cdot (6 - 12)$ f. $5 \cdot (12 - 9) + 4 \cdot (2 - 17)$

6. Efectúa en tu cuaderno aplicando la regla de los signos:

- a. $(+16) \cdot (+3)$ b. $(-4) \cdot (+9)$ c. $(+5) \cdot (-6)$ d. $(-8) \cdot (-3)$ e. $(-2) \cdot (+5)$
 f. $(+150) : (+15)$ g. $(-75) : (+25)$ h. $(+63) : (-21)$ i. $(-40) \cdot (+5)$ j. $(-80) \cdot (-10)$

7. Utiliza la jerarquía de operaciones para calcular en tu cuaderno:

- a. $7 - 5 \cdot 4$ b. $3 \cdot 8 - 6$ c. $5 \cdot 6 - 7 \cdot 4$
 d. $3 \cdot 9 - 5 \cdot 4$ e. $25 - 5 \cdot 8 + 2 \cdot 6 - 33$ f. $6 \cdot 7 - 40 - 4 \cdot 8 + 57$

8. Efectúa en tu cuaderno y explica qué conclusiones obtienes:

- a. $(-3)^4$ b. $(+3)^4$ c. -3^4 d. $+3^4$ e. $(-3)^3$ f. -3^3

9. Utiliza la jerarquía de operaciones para calcular en tu cuaderno:

- a. $6 \cdot (-5) - 3 \cdot (-7) + 20$ b. $-8 \cdot (+5) + (-4) \cdot 9 + 50$
 c. $(-3) \cdot (+9) - (-6) \cdot (-7) + (-2) \cdot (+5)$ d. $-(-1) \cdot (+6) \cdot (-9) \cdot (+8) - (+5) \cdot (-7)$

10. Representa gráficamente y ordena en sentido creciente, calcula los opuestos y los valores absolutos de los siguientes números enteros:

9, -5, -6, 4, -3, 5, -6, 0, 8

Problemas

11. En un campo de extracción de petróleo una bomba lo extrae de un pozo a 1 528 m de profundidad y lo eleva a un depósito situado a 34 m de altura. ¿Qué nivel ha tenido que superar el petróleo?
12. La temperatura del aire baja según se asciende en la atmósfera, a razón de 9°C cada 300 metros. ¿A qué altura vuela un avión si la temperatura del aire es de -90°C , si la temperatura al nivel del mar en ese punto es de 15°C ?
13. Nieves vive en la planta 8 de un edificio y su plaza de garaje está en el sótano 3. ¿Cuántas plantas separan su vivienda de su plaza de garaje?
14. La fosa de Filipinas está aproximadamente a 10 mil metros bajo el nivel del mar, y el monte Everest está a una altura de 8 848 metros, ¿qué diferencia de altura hay entre el monte más alto y la sima más profunda en la Tierra?
15. Hay oscuridad absoluta en los océanos a 500 metros de profundidad, y su profundidad media es de 4 km. Expresa con números enteros esas cifras.
16. El saldo de la cartilla de ahorros de Manuel es hoy 289 €, pero le cargan una factura de 412 €. ¿Cuál es el saldo ahora?
17. Cuando Manuel fue a la Sierra a las 7 de la mañana el termómetro marcaba -7°C , aunque a la hora de comer el termómetro había subido 9°C , y a la hora de volver había vuelto a bajar 5°C , ¿qué temperatura hacía a esa hora?
18. ¿Cuál era la temperatura inicial de un termómetro que ahora marca ahora 12°C después de haber subido 9°C ?
19. Lourdes tenía ayer en su cartilla -169 euros y hoy tiene 56 euros. ¿Ha ingresado o ha gastado dinero? ¿Qué cantidad?
20. ¿Cuál es la diferencia de temperatura que debe soportar una persona que pasa de la cámara de conservación de las frutas, que se encuentra a 4°C , a la de la carne congelada, que está a -18°C ? ¿Y si pasara de la cámara de la carne a la de la fruta?
21. Hace 5 semanas Ana tenía dinero ahorrado, si cada semana se gasta 7 euros, ¿cuánto dinero tenía más del que tiene ahora?
22. Roma fue fundada en el año 73 antes de Cristo, y el acueducto de Segovia se construyó hacia el año 160 d. C. ¿Cuántos años habían pasado desde la fundación de Roma?

AUTOEVALUACIÓN

1. El resultado de la operación: $\{(-1 + 3) \cdot (-2 - 3) + (-5 + 1) : (+3 - 2)\}$ es:
a) -10 b) +14 c) -14 d) +16
2. El producto $(-2) \cdot (-6) \cdot (-5)$ es:
a) menor que -100 b) mayor que 0 c) menor que -4 d) mayor que 50
3. El resultado de la operación $(+4) \cdot (-2) \cdot (-5) \cdot (-1)$ es:
a) -12 b) +40 c) -40 d) +20
4. Desde el año 63 a. C. hasta el 77 d. C. transcurren:
a) 140 años b) 14 años c) -14 años d) -40 años
5. ¿Cuál de las siguientes potencias es positiva?
a) $(-2)^5$ b) $(-3)^2$ c) $(-4)^3$ d) $(-1)^7$
6. Un termómetro ha subido 10°C , luego ha bajado 8°C y, por último, marca -5°C . La temperatura inicial era:
a) -7°C b) -13°C c) $+3^\circ\text{C}$ d) -3°C
7. Al viajar desde una latitud de 6° Sur hasta otra de 40° Norte, la variación de latitud es:
a) 46° Norte b) 34° Sur c) 34° Norte d) 50° Sur
8. La temperatura es de 15°C bajo cero y, a lo largo del día, el termómetro sube 20°C y después desciende 8°C . Por tanto, la temperatura final es:
a) -2°C b) -3°C c) 2°C d) 3°C
9. Si estás situada en el punto -9 de la recta numérica de los números enteros, ¿qué movimientos te llevan hasta +5?
a) $+13 - 3 + 4$ b) $-1 + 14$ c) $+18 - 5$
10. El resultado de la operación $(+3) - (+5) + (-4) - (-7) + (-6)$ es:
a) -2 b) -3 c) -4 d) -5