

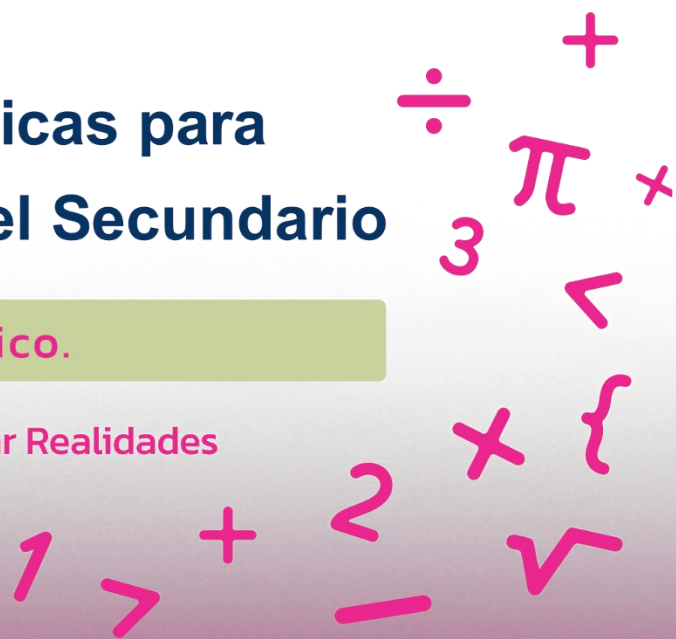


Somos Aprender Matemática

Secuencias Didácticas para
matemáticas en el Nivel Secundario

Zoom Matemático.

El Arte de Proyectar y Escalar Realidades



Gobierno del
CHACO

Ministerio
de Educación, Cultura,
Ciencia y Tecnología

Subsecretaría
de Educación

Somos Aprender
Matemáticas

Esta propuesta aborda la homotecia como una transformación geométrica clave para comprender la semejanza. A través de la modelización con sombras y software dinámico, los estudiantes construirán figuras a escala, analizando la proporcionalidad y desarrollando el

Fundamentación General de la Propuesta

La presente planificación estratégica surge ante la necesidad de trascender las barreras cognitivas derivadas de un enfoque puramente estático en la enseñanza geométrica. En este nivel de 2.º Año de Educación Secundaria, el núcleo del desafío didáctico reside en facilitar la transición del estudiante desde una aprehensión perceptiva de la figura hacia una concepción de la homotecia como un objeto geométrico dinámico. Se busca abordar esta transformación como una pieza clave para comprender la semejanza, permitiendo transformaciones que preservan la morfología original, pero alteran su magnitud.

El Quehacer Matemático como Motor

Bajo los lineamientos de la Educación Matemática Realista (EMR) de Freudenthal, la secuencia se estructura sobre situaciones de matematización progresiva donde el contexto —como la modelización con sombras y proyecciones— no es un aditamento externo, sino la fuente de donde emanan los modelos matemáticos.

La arquitectura de las clases se sustenta en la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) de Brousseau, promoviendo un medio en el cual el saber sobre la proporcionalidad geométrica surge como una necesidad lógica. A través de la devolución de la carga cognitiva, el docente propicia una dialéctica de validación mediante fases de Acción, Formulación y Validación. Este proceso asegura que la Institucionalización condense los sentidos construidos de forma autónoma por los educandos sobre la relación entre el centro O y la razón k .

Conversión de Registros y Génesis Instrumental

El eje neurálgico de la propuesta es la Conversión de Registros de Representación Semiótica de Duval, induciendo el pasaje crítico del registro figural icónico al registro funcional-proporcional. En este proceso, la Génesis Instrumental (ETM) resulta

determinante: el uso preciso de instrumentos geométricos (regla, compás y escuadra) junto con software dinámico como GeoGebra se constituyen como mediadores que habilitan la Génesis Discursiva. Esto permite a los estudiantes argumentar y sistematizar sus hallazgos sobre la invariancia de los ángulos y el paralelismo de los segmentos homólogos con rigor terminológico.

El Análisis a Priori

Se incorpora un Análisis a Priori exhaustivo para gestionar los obstáculos epistemológicos y los posibles desajustes en el aprendizaje, como el error común de no alinear correctamente los vértices con el foco de luz o confundir la razón de los lados con la razón de las áreas. La secuencia se expande con sesiones de aplicación estratégica para la consolidación de conceptos y concluye con una instancia de evaluación multidimensional. Esta última permite calificar de manera integral el desempeño cognitivo y procedimental mediante una rúbrica que valora desde la construcción técnica hasta la participación crítica en debates colectivos.

Flexibilidad y Autonomía Profesional

La propuesta reconoce que la realidad de cada aula es dinámica y heterogénea. Por ello, se presenta como una sugerencia y herramienta de apoyo para el docente, quien posee la autonomía pedagógica para adaptar los problemas, las distancias o la profundidad de los ejercicios según el ritmo de sus estudiantes. El objetivo final es facilitar la tarea de planificación, centrando el esfuerzo en el corazón del aula: que los estudiantes piensen, discutan y construyan sentido sobre el universo de la geometría y la medida.

Secuencias Didácticas

Nivel educativo: Secundario (Ciclo Básico – 2° Año).

Espacio curricular: Matemática.

Título de la secuencia didáctica: "Zoom Matemático"

Duración: 4 clases de 80 minutos (320 min)

Eje: Geometría y la Medida

Objetivo general:

Comprender la homotecia como una transformación que vincula la proporcionalidad numérica con la semejanza geométrica, aplicándola en la resolución de problemas de escala y proyección.

Objetivos específicos:

- Identificar y manipular los elementos de una homotecia (centro y razón k).
- Construir figuras semejantes utilizando propiedades de la proporcionalidad.
- Argumentar de forma escrita y oral la validez de una construcción geométrica basándose en la semejanza.
- Participar críticamente en debates colectivos sobre los procedimientos de resolución.

Contenidos y saberes matemáticos:

La Homotecia como Transformación Geométrica:

- Definición de homotecia a partir de un punto fijo (Centro O) y una constante real (Razón k).
- Identificación de elementos: puntos homólogos, rayos de proyección y centro de rotación/proyección.

Propiedades de la Homotecia:

- Invariancia de la forma: conservación de la medida de los ángulos (congruencia).
- Relación de posición: paralelismo entre segmentos homólogos.
- Variación de la magnitud: relación entre la razón k y la longitud de los segmentos (proporcionalidad lineal).

La Homotecia y el Campo Numérico:

- Interpretación de la razón k :
 - $|k| > 1$: Ampliación.
 - $0 < |k| < 1$: Reducción.
 - $k < 0$: Homotecia inversa (introducción a la simetría central con escala).

Semejanza de Figuras:

- Construcción de polígonos semejantes.
- Diferencia entre figuras congruentes y figuras semejantes.

Proporcionalidad Geométrica:

- Vínculo entre la constante de proporcionalidad y la razón de homotecia.
- Relación entre la razón de los lados (k) y la razón de los perímetros.

Saberes previos:

- Uso preciso de instrumentos de geometría (regla, compás, escuadra).
- Concepto de razón y proporción numérica (a/b).
- Propiedades de polígonos (ángulos internos y lados).
- Concepto de paralelismo y perpendicularidad.

Cursos/Edad: **Adolescentes – 12 años**

Clase 1	"Cine en el Aula: El secreto de las sombras"	
Propósito	Evocar saberes intuitivos sobre sombras para introducir formalmente los elementos de la homotecia.	
Saber Contenido	La homotecia como proyección: Centro y Razón	
Tiempo de desarrollo	80 minutos	
	Descripción de las actividades que realizarán los estudiantes	Criterios evaluativo e indicadores de aprendizaje
Momento 1	(30 min): "El Cine en el Aula". En grupos, los alumnos usarán la linterna de un celular para proyectar la sombra de una figura de cartón (un triángulo pequeño) sobre una hoja de afiche pegada en la pared. Deben marcar el punto de luz (punto fijo), los vértices de la figura y los vértices de la sombra. Desafío: ¿Cómo hacer que la sombra sea exactamente el doble de la figura sin mover el afiche?	Nivel 1: Identifica visualmente que la sombra cambia de tamaño pero no logra alinear los puntos con el foco. Nivel 2: Reconoce que la sombra y el objeto están alineados respecto a un punto de origen (foco). Nivel 3: Deduce que la distancia desde el foco a la sombra es proporcional a la distancia del foco al objeto.
Momento 2	(30 min): Cada grupo pasa al pizarrón a esquematizar su trabajo. Deben trazar rectas que pasen por la luz y los vértices. El docente gestiona el debate: <i>¿Por qué la sombra se deforma si muevo la linterna de costado? ¿Qué relación hay entre las distancias?</i>	
Momento 3	(20 min): El docente formaliza los conceptos: el punto de luz es el Centro de Homotecia (O), y la relación entre el tamaño de la sombra y el objeto es la Razón (k). Se define que si $k > 1$ hay ampliación y si $0 < k < 1$ hay reducción.	

Recomendaciones para el Docente	Rol Docente: Mediador "incómodo". No des las respuestas; si la sombra sale deformada, pregunta: <i>"¿Qué cambió en la posición de tu 'centro'?"</i>. Análisis a priori: El error común será no mantener la linterna fija o no alinear los vértices. Para "curarlo", pídeles que usen un hilo tenso desde la linterna hasta la pared para ver la trayectoria del rayo de luz. Institucionalización: Es vital que los alumnos vean que los ángulos se conservan. Si el triángulo de cartón es equilátero, su sombra (bien proyectada) también debe serlo.
Recurso didáctico	Clásica: Linternas de celular, figuras de cartón, hojas de afiche, hilos. Tecnológica: Simulación en GeoGebra "Homotecia básica" para replicar lo hecho con sombras de forma digital.

Clase 2	"Arquitectos de Escala: El plano duplicado"	
Propósito	Construir figuras semejantes en el plano utilizando la regla y el compás, aplicando la constante de proporcionalidad	
Saber Contenido	Construcción de homotecias y propiedades de la semejanza.	
Tiempo de desarrollo	80 minutos	
	Descripción de las actividades que realizarán los estudiantes	Criterios evaluativo e indicadores de aprendizaje
Momento 1	(30 min) "El duplicador de planos". Se entrega una fotocopia con un dibujo de un territorio simple del Chaco (un polígono irregular). Se les asigna un punto "O" fuera del dibujo y una razón $k = 2$. Deben construir el "mapa ampliado" usando regla y compás, multiplicando las distancias desde "O"	Nivel 1: Intenta ampliar el dibujo pero no utiliza el centro de homotecia como referencia. Nivel 2: Realiza la construcción proyectando los rayos desde O pero comete errores en la medición de distancias.
Momento 2	(30 min): "Cruce de mapas". Los alumnos intercambian sus construcciones. Deben	

	verificar si los lados del mapa nuevo son paralelos a los del original y si miden el doble. Exponen en el pizarrón: <i>"¿Qué pasó si alguien midió desde el vértice y no desde el punto O?"</i>.	
Momento 3	(20 min) El docente cierra estableciendo que en una homotecia los lados homólogos son paralelos y su razón es constante, lo que garantiza que las figuras sean semejantes (misma forma, distinto tamaño).	Nivel 3: Construye la figura con precisión y verifica la semejanza mediante el paralelismo de los lados y la razón k.
Recomendaciones para el Docente	Rol Docente: Facilitador técnico. Supervisa el uso de la regla. Fomenta la génesis instrumental (que la regla sea una herramienta de medida y de alineación). Análisis a priori: Muchos estudiantes multiplicarán el lado de la figura en lugar de la distancia desde "O". Haz que midan desde "O" hasta el nuevo punto y vean si "encaja" con el paralelismo. Institucionalización: Recaltar que los ángulos no se multiplican por k; permanecen invariantes.	
Recurso didáctico	Clásica: Regla, compás, papel milimetrado o cuadriculado. Tecnológica: Uso de tablets/netbooks con GeoGebra para aplicar el comando "Homotecia" y observar cómo cambia la figura al mover el deslizador de k.	

Clase 3	Entrenamiento de Zoom: Aplicación de Conceptos	
Propósito	Aplicar los conceptos de homotecia y semejanza en problemas diversos.	
Saber Contenido	La homotecia como proyección: Centro y Razón Construcción de homotecias y propiedades de la semejanza.	
Tiempo de desarrollo	80 minutos	
	Descripción de las actividades que realizarán los estudiantes	

Momento 1	El Logo Municipal: Un diseñador tiene un logo triangular de 5 cm de base. Necesita ampliarlo usando una razón $k = 2,5$. ¿Cuánto medirá la nueva base? Dibújalo usando un centro O arbitrario. El árbol y la sombra: Un algarrobo de 3 m de altura proyecta una sombra de 1,5 m. Si consideramos el sol como centro de proyección, ¿cuál es la razón de homotecia entre el árbol y su sombra? Reducción de planos: Tienes un rectángulo de 20 cm x 10 cm. Aplica una homotecia con $k = 1/2$. ¿Cuál es el área de la nueva figura? (Cuidado: ¿el área también se reduce a la mitad?). En busca del Centro Perdido: Se te entregan dos cuadrados semejantes en una hoja. Encuentra de forma gráfica el Centro de Homotecia O. (Pista: une los vértices correspondientes). Efecto Espejo (Reto): ¿Qué sucede si la razón k es un número negativo, por ejemplo $k = -1$ Intenta construirlo y describe qué le pasa a la figura. Producción de texto: Describe con tus palabras los pasos que seguirías para convencer a un compañero de que dos figuras son semejantes sin usar un transportador.
Recomendaciones para el Docente	Rol Docente En esta clase de aplicación, el docente debe posicionarse como un consultor estratégico. Su función no es corregir resultados, sino validar procesos mediante preguntas. Debe circular por el aula fomentando la autonomía y el trabajo colaborativo (ayuda entre pares). Si un grupo se traba, el docente debe proponer una "pista" basada en la construcción física (ej: "¿Qué pasa si estirás más el hilo desde el origen?") en lugar de dar la solución aritmética. Análisis a Priori y Tratamiento del Error - El obstáculo del área (Problema 3): Es casi seguro que muchos estudiantes piensen que si los lados se reducen a la mitad ($k=1/2$), el área también. - Tratamiento: Pediles que dibujen el rectángulo original y vean cuántas veces entra el nuevo rectángulo "chiquito" dentro del grande. Descubrirán que entra 4 veces. Ahí se institucionaliza que la razón de las áreas es k^2

	● Error en la Homotecia Inversa (Problema 5): Al ver $k = -1$, los estudiantes suelen confundirse y dibujar la figura al lado de la original o rotarla sin sentido. ○ Cura: Recordales la lógica del "rayo de luz". Si el rayo pasa por el centro O, ¿hacia dónde tiene que ir si el número es negativo? (Hacia el lado opuesto). Esto vincula la homotecia con la simetría central. ● Imprecisión en el "Centro Perdido" (Problema 4): Si no unen los vértices homólogos (el de arriba a la izquierda con el de arriba a la izquierda), las líneas no se cruzarán en un solo punto. ○ Cura: Preguntar: "¿Este vértice a quién representa en la otra figura?". La correspondencia es la clave. 3. Recomendaciones para la Institucionalización Al finalizar la resolución de los problemas, se debe realizar una puesta en común para fijar tres ideas fuerza: 1. Invariantes: No importa cuánto agrandemos o achiquemos, los ángulos nunca cambian. 2. Razón de áreas: Si duplicamos los lados ($k=2$), el área se cuadruplica ($k^2=4$). Si los triplicamos, el área es 9 veces mayor. 3. Sentido de la razón: k positivo mantiene la figura del mismo lado del centro; k negativo la proyecta al lado opuesto e invertida.
--	---

Clase 4	Evaluación de Proceso y Resultados			
Propósito	Evaluar y realizar una devolución del proceso desarrollado en estas 3 clases			
Sugerencia de Instrumento Evaluativo				
Fecha: ____/____/____ Estudiante: _____ Curso: 2° División: _____ Calificación:				

Criterios de Evaluación y Acreditación:

- Precisión en la construcción geométrica.
- Correcta aplicación de la razón de proporcionalidad.
- Capacidad de argumentación escrita.
- Participación y debate en clases previas .
- Acreditación: Se aprueba con un mínimo de 60 puntos totales, debiendo resolver correctamente al menos 3 de los 5 problemas.

.....
Firma del estudiante

.....
Firma del tutor

.....
Firma del Profesor

Firmar si se está de acuerdo con la devolución y calificación asignada

- 1) **(2 puntos)** En una plaza de Resistencia se quiere duplicar una placa triangular. Los vértices son A, B, C. Ubica un centro O y realiza una homotecia con $k = 3$.
- 2) **(2 puntos)** Si la distancia $\underline{OA} = 4$ cm y la distancia $\underline{OA} = 12$ cm, ¿cuál es el valor de la razón k ? ¿Es una ampliación o reducción?
- 3) **(2 puntos)** Si una figura tiene un ángulo de 45° y se le aplica una homotecia de razón $k = 4$, ¿cuánto medirá el ángulo en la nueva figura? Justifica tu respuesta.
- 4) **(2 puntos)** Dadas dos figuras semejantes ya dibujadas, traza las líneas necesarias para hallar el punto O (Centro).
- 5) **(2 puntos)** Explica por qué cuando usamos un proyector, la imagen en la pared es una "figura semejante" a la que está en la pantalla del dispositivo.

Apellido y nombre del estudiante:

Evaluación y calificación del proceso					
Criterio	Nivel 1 Inicial	Nivel 2 En Proceso	Nivel 3 Logrado	Nivel 4 Avanzado	Valoración
Durante las clases Construcción de Homotecias (15%)	No logra alinear puntos con el centro O. 5 puntos	Alinea los puntos pero tiene errores de medición con k. 8 puntos	Construye figuras homotéticas con precisión técnica. 12 puntos	Propone construcciones con k negativas o fraccionarias con éxito. 15 puntos	
Durante las clases Uso de Proporcionalida d (15%)	Confunde razón con suma de segmentos. 5 puntos	Identifica la razón pero falla en cálculos complejos. 8 puntos	Calcula distancias y lados usando k correctamente. 12 puntos	Relaciona la razón de lados con la razón de áreas (k^2). 15 puntos	
Durante las clases Presentación de Producción Escrita (10%)	No realiza la entrega y defensa de ningún trabajo solicitado 1 puntos	Realiza la entrega y defensa de 1 de 3 trabajos solicitados 4 puntos	Realiza la entrega y defensa de 2 de 3 trabajos solicitados 8 puntos	Realiza la entrega y defensa de 3 de 3 trabajos solicitados 10 puntos	
Durante las clases Participación Crítica (10%)	Casi no interviene en los debates. 2 puntos	Interviene pero no fundamenta sus opiniones. 5 puntos	Escucha y aporta ideas que validan o refutan a pares. 8 puntos	Lidera debates y gestiona consensos en el grupo. 10 puntos	
Producción de Exámen (50%)	Calificación obtenida en Examen x 5 = Valoración Ejemplos 10 (Diez) x 5 = 50 puntos 4 (Cuatro) x 5 = 20 puntos				
Total de puntos obtenidos-----					
Calificación total del proceso-----					