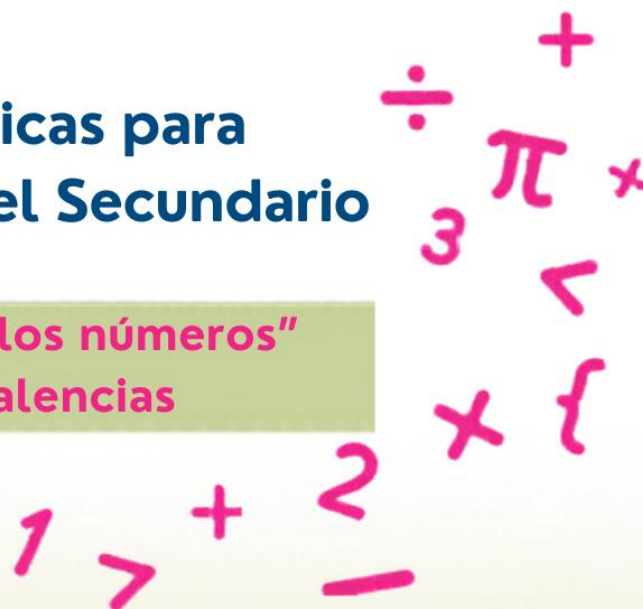




Somos Aprender Matemática

Secuencias Didácticas para
matemáticas en el Nivel Secundario

"Las múltiples caras de los números"
Explorando equivalencias



Gobierno del
CHACO

Ministerio
de Educación,
Cultura, Ciencia y
Tecnología

Subsecretaría
de Educación

Dirección
de
Nivel
Secundario

Plan de
Alfabetización



Fundamentación General de la Propuesta

La presente propuesta pedagógica surge como respuesta a la necesidad de superar el obstáculo epistemológico que representa el uso exclusivo del modelo de áreas (regiones circulares o rectangulares) en la enseñanza de los números racionales. En el inicio del nivel secundario, el desafío central es lograr que el estudiante transite de una concepción de la fracción como "parte-todo" (un pedazo de un objeto) hacia una concepción de objeto matemático con posición única en el espacio: la abscisa de un punto en la recta numérica.

El Quehacer Matemático como Motor

Bajo el enfoque de la Educación Matemática Realista (EMR) de Freudenthal, la secuencia se ancla en la resolución de problemas contextualizados. El contexto no funciona como un decorado, sino como un escenario de matematización, donde el alumno transforma situaciones de la realidad en modelos matemáticos abstractos.

La estructura se apoya en la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) de Brousseau, donde el saber no se transmite, sino que se construye como la solución óptima a un problema. A través de la Situación A-didáctica, el docente realiza la devolución de la carga cognitiva, permitiendo que los alumnos atraviesen el ciclo de Acción, Formulación y Validación. Este proceso garantiza que la posterior Institucionalización sea el cierre de un sentido construido por el propio estudiante.

Conversión de Registros y Génesis Instrumental

El eje de la propuesta es la Conversión de Registros Semióticos (Duval). Se busca que el alumno abandone el registro figural de superficie (áreas) para adoptar el registro funcional-lineal (la recta). La manipulación de Variables Didácticas —como la restricción de instrumentos de medida estándar o cambios en la escala— es lo que fuerza esta evolución cognitiva.

En este marco, el Espacio de Trabajo Matemático (ETM) de Kuzniak cobra relevancia: al manipular materiales concretos (tiras, hilos) o software (GeoGebra), el estudiante desarrolla una génesis instrumental. El recurso deja de ser un simple apoyo para

convertirse en un mediador del pensamiento que facilita la génesis discursiva, permitiendo al alumno argumentar y dar nombre a sus hallazgos.

El Análisis a Priori

Esta secuencia no debe ser interpretada como un guion rígido, sino como un mapa de navegación. El Análisis a Priori es la herramienta que permite al docente anticipar procedimientos y obstáculos comunes. Por otro lado, anticipar desajustes permite intervenir mediante preguntas que generen conflicto cognitivo, transformando el error en la chispa del debate.

Flexibilidad y Autonomía Profesional

La propuesta reconoce que la realidad de cada aula es dinámica y heterogénea. Se presenta como una sugerencia y herramienta de apoyo para el docente, quien posee la autonomía pedagógica para adaptar los problemas, las distancias o la profundidad de los ejercicios según el ritmo y el contexto de sus estudiantes. El objetivo final es facilitar la tarea de planificación, centrando el esfuerzo en el corazón del aula: que los estudiantes piensen, discutan y construyan sentido sobre el universo de los números.

Secuencias Didácticas

Nivel educativo: Secundario (Ciclo Básico – 1° Año).

Espacio curricular: Matemática.

Título de la secuencia didáctica: "Las múltiples caras de los números: Explorando equivalencias".

Duración: Tres clases presenciales de 80 minutos cada una. (240 minutos)

Eje: Números y operaciones

Objetivo general

Desarrollar el sentido de la representación de los números racionales mediante la transición del modelo de áreas al modelo lineal. Identificar las equivalencias entre distintos registros semióticos (simbólica y gráficas) para modelizar y resolver situaciones problemáticas situadas.

Objetivos específicos

- Ubicar con precisión puntos en la recta numérica que representen fracciones propias, impropias, aparentes y negativas, comprendiendo la importancia de la unidad de medida.
- Reconocer y producir fracciones equivalentes y su correspondiente expresión decimal, identificándolas como una misma posición (abscisa) sobre la recta.
- Argumentar la elección de una representación numérica específica (fracción o decimal) en función del contexto del problema y la eficacia para su resolución.

Contenidos y saberes matemáticos

- Homotecia: Definición mediante centro y razón.
- Tipos de transformación: Ampliación, reducción e inversa.
- Propiedades geométricas: Conservación de ángulos (congruencia) y paralelismo entre segmentos homólogos.
- Semejanza: Construcción de figuras semejantes y relación de proporcionalidad entre sus lados.
- Cálculo: Vínculo entre la razón y las distancias desde el centro a los vértices.

Saberes previos

- Uso preciso de instrumentos de geometría (regla, compás, escuadra).
- Concepto de razón y proporción numérica (a/b).
- Propiedades de polígonos (ángulos internos y lados).
- Concepto de paralelismo y perpendicularidad.

Cursos/Edad: Adolescentes – 12 años

Clase 1	¡No te pases de largo! El GPS en la ciudad
Saber Contenido	Representación de posiciones y modelización de desplazamientos mediante la conversión del registro geométrico (longitudes) al registro numérico, interpretando la fracción (propia, impropia y aparente; positiva y negativa) como la medida de un intervalo que determina la ubicación exacta de un punto respecto a un origen en contextos de movilidad regional.
Tiempo de desarrollo	80 minutos

	Descripción de las actividades que realizarán los estudiantes	Criterios evaluativo e indicadores de aprendizaje
Momento 1	El Bacheo en la Sarmiento Se está reparando la Av. Sarmiento en la intersección de la Ruta 16 y Av. Sarmiento. de la ciudad de Resistencia Cruzando en puente alto nivel se debe marcar un bache cada $\frac{1}{3}$ de km. Hacia el Sur (dirección hacia parque de la democracia), se detectó una falla a los $-\frac{1}{3}$ de km. a) Ubica los 2 primeros baches después del puente de alto nivel y también la falla cerca del parque de la democracia. El profe entregará el material para realizar la actividad Detalle: Se entrega una tira de papel de 60 cm donde el 0 y el 1 están marcados a una distancia de 18 cm entre sí. Se prohíbe el uso de regla graduada. Los alumnos solo disponen de la tira y pueden plegarla o usar hilos.	Nivel 1: Ubica el punto $\frac{1}{3}$ dividiendo visualmente el segmento (0 ;1), pero no logra determinar la posición negativa. Nivel 2: Utiliza el plegado o transporte de medida para garantizar que los intervalos entre 0, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$ y 1 sean congruentes. Nivel 3: Reconoce que el signo - indica una simetría respecto al origen y ubica $-\frac{1}{3}$ manteniendo la misma unidad de medida que en el lado positivo.
Momento 2	Los Puestos de Control La policía caminera establece puesto de control de moto vehículos en la av. sarmiento a) Se instala un puesto de control en el $\frac{4}{3}$ km y otro en el $\frac{6}{3}$ km de la plaza 25 de mayo. ¿Están antes o después del Km 1? ¿Alguno coincide con un kilómetro exacto (entero)? b) Si un móvil de la policía está parado exactamente en el punto medio entre el Km 1 y el Km 2, ¿qué fracción	Nivel 1: Identifica qué $\frac{4}{3}$ es "más que 1" de forma intuitiva, pero no logra precisar la ubicación exacta del punto. Nivel 2: Clasifica las fracciones en propias (antes del 1), impropias (después del 1) y

	representa su posición? Importante: Luego de que los estudiantes resuelvan el punto b, el docente marca un punto "P" en la recta (por ejemplo, en el lugar de $\frac{5}{3}$) y los alumnos deben "nombrar" ese punto con una fracción.	aparentes (coinciden con enteros) basándose en la iteración del intervalo unidad. Nivel 3: Resuelve el problema de reciprocidad: dada una posición en la recta, deduce la unidad de medida y nombra la fracción correspondiente.
Recomendaciones para el Docente	Rol Docente Si un grupo dibuja un "cuadradito" sobre la línea para representar $\frac{1}{3}$, no intervenga directamente. Pregunta: "Si la ruta es un camino infinito, ¿el bache es una superficie o un lugar exacto donde cae la rueda?". Esto fuerza la conversión de registro (de área a punto). Gestión del Debate y Validación Propiciar un espacio donde los estudiantes expongan sus conclusiones y el debate se centre en ellos. La tarea docente será conducirlos hacia el camino correcto con cierta intencionalidad pedagógica. Análisis a Priori (Anticipación) <u>Error de los "Postes" (Rayas):</u> El alumno cuenta 3 rayitas para hacer tercios, incluyendo el 0, resultando en solo 2 intervalos. Tratamiento: Preguntar: "¿Cuántos espacios de camino hay entre el km 0 y el km 1? ¿Hay 3 espacios o 3 rayas?" <u>Obstáculo del "Número Entero":</u> Creer que después del 1 las fracciones "empiezan de nuevo" (ej. llamar $\frac{1}{3}$ a lo que es $\frac{4}{3}$ porque cuentan desde el 1). <i>Tratamiento:</i> Reforzar que la fracción cuenta intervalos desde el origen 0, siempre. Institucionalización El docente debe formalizar en el pizarrón La clasificación de fracciones y su implicancia en la recta numérica	

	Sentido y dirección a partir del reconocimiento de las fracciones negativas
Recurso didáctico	Opción 1: Pizarrón (preferentemente de grandes dimensiones), tizas o marcadores de al menos tres colores distintos y una regla de madera de 1 metro (o una vara rígida de construcción). Opción 2: Tiras de papel afiche o cartulina: De 1 metro de largo por 10 cm de ancho (una para cada grupo) Opción 3: Proyector conectado a una computadora con GeoGebra (o celulares con la App) y acceso a Google Maps.

Clase 2	¿Misma parada, distinto bondi? El misterio de las equivalencias	
Saber Contenido	Identificación y producción de fracciones equivalentes mediante la modelización de posiciones en la recta numérica, reconociendo la equivalencia como la coincidencia de distintos registros simbólicos en un mismo punto (abscisa), y utilizando la amplificación y simplificación como herramientas de génesis instrumental para transformar representaciones sin alterar la magnitud.	
Tiempo de desarrollo	80 minutos	
	Descripción de las actividades que realizarán los estudiantes	Criterios evaluativo e indicadores de aprendizaje
Momento 1	El Tanque de la Moto En Resistencia, muchos nos movemos en moto. Dos amigos, Seba y Juli, salen de la Plaza 25 de mayo. Las dos motos son iguales. Seba dice: "Consumí $\frac{1}{2}$ del tanque de nafta". Juli dice: "Yo consumí $\frac{2}{4}$ del tanque". ¿Quién gastó más nafta? Representalo usando un dibujo del tanque (modelo de área) y trata de explicar por qué pasa eso.	Nivel 1: Reconoce la equivalencia sólo a través del dibujo (área), pero cree que los números mayores indican cantidades mayores. Nivel 2: Logra explicar qué "es lo mismo" porque la parte pintada coincide, aunque los cortes sean distintos. Nivel 3: Produce nuevas fracciones equivalentes $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$ mediante la amplificación, justificando la relación multiplicativa.
Momento 2	La Carrera de postas en el Parque de la Democracia Se organiza una carrera de postas en el Parque de la Democracia. La pista mide exactamente 1 km.	Nivel 1: Grafica las fracciones en rectas separadas y no logra visualizar que representan el mismo lugar.

	a. Marca en una recta numérica el punto donde se detiene un corredor que hizo $\frac{1}{2}$ del camino. b. En la misma recta, marca con otro color dónde se detiene un corredor que hizo $\frac{3}{6}$ y otro que hizo $\frac{4}{8}$ Desafío: Si un corredor se detiene en un punto "X" que coincide con el $\frac{1}{2}$ pero su entrenador dice que su fracción tiene denominador 12, ¿qué número va arriba?	Nivel 2: Ubica las fracciones en la misma recta dividiendo la unidad en diferentes partes (2, 6, 8) y nota la coincidencia física de los puntos. Nivel 3: Identifica y justifica si dos fracciones son equivalentes o no basándose en su ubicación en la recta y en la propiedad fundamental (multiplicar/dividir numerador y denominador).
Recomendaciones para el Docente	Rol Docente Si un alumno dice que $\frac{4}{8}$ está más a la derecha que $\frac{1}{2}$ porque "8 es más que 2", pedirle que use el recurso analógico (transparencias) para comprobarlo. Tu pregunta debe ser: "¿Si caminas 4 pasos de una baldosa chiquita, llegas más lejos que si haces 1 paso de una baldosa gigante?". Gestión del Debate: estrategia: "La Guerra de Fracciones". Escribí $\frac{3}{4}$ en el pizarrón y pide que cada grupo diga una fracción equivalente. Si un grupo dice $\frac{6}{8}$, deben validar en la recta por qué están en el mismo lugar. Pregunta de validación: "¿Qué le pasó al '3' para convertirse en '6'? ¿Le pasó lo mismo al '4' para ser '8'?" (Búsqueda de la constante de proporcionalidad). Análisis a Priori Error Aditivo: El alumno cree que $\frac{1}{2}$ es equivalente a $\frac{2}{3}$ porque "sumó 1 arriba y 1 abajo". Tratamiento: Mostrar en la recta que $\frac{2}{3}$ está más a la derecha. La equivalencia es multiplicativa, no aditiva.	

	Error de escala: Al dividir la recta en 6 (sextos) y en 2 (medios), no mantienen la misma unidad. Tratamiento: Usar el recurso de la regla fija en el pizarrón. Institucionalización Fracciones Equivalentes, Propiedad Fundamental, Simplificación y amplificación
Recurso didáctico	Opción 1: Pizarrón, tizas de colores, regla de 1 metro. Opción 2: Tiras de acetato (o folios de plástico transparentes) y marcadores para fibra. Opción 3: Proyector y GeoGebra.

Clase 3	¿Misma parada, distinto bondi? El misterio de las equivalencias	
Saber Contenido	Consolidación de la noción de número racional como punto de la recta numérica mediante la resolución de problemas de ubicación y comparación, integrando la conversión de registros (numérico-gráfico), el reconocimiento de fracciones equivalentes y el sentido de la dirección (positivos/negativos) para afianzar la modelización matemática en contextos de desplazamientos urbanos.	
Tiempo de desarrollo	80 minutos	
	Descripción de las actividades que realizarán los estudiantes	Criterios evaluativo e indicadores de aprendizaje
Momento 1	El Desafío de los "Moto mandados" Tres "Moto mandados" de Resistencia salen de la Plaza 25 de Mayo (Km 0) por la Av. 9 de Julio. Moto A: Debe entregar un pedido en el Km 3/2. Moto B: Entrega en el Km 6/4	Nivel 1: Ubica las fracciones contando unidades, pero falla al integrar escalas distintas (cuadritos). Nivel 2: Identifica que la Moto A y B están en el mismo lugar usando

	Moto C: Tiene un pedido "al revés" (hacia la Av. 25 de mayo) en el Km $-1/2$. Consigna: - Ubica a las tres motos en una misma recta. ¿Hay algunas que se encuentren en el mismo semáforo? - Si ahora decimos que cada unidad (1 km) mide 12 cuadritos de tu carpeta, ¿en qué cuadrito exacto está cada moto? - Si aparece una Moto D parada en el cuadrito 18 desde el cero por la 9 de julio, ¿qué fracción de km recorrió? Escribí al menos dos fracciones para esa posición.	la recta como medio de validación. Nivel 3: Transita entre la escala de cuadritos (discreta) y la fracción (continua), encontrando múltiples nombres para un mismo punto (Moto D).
Momento 2	Ejercicios de Práctica: El Intruso: En cada lista, rodea la fracción que no se ubica en el mismo punto que las demás: $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{5}, \frac{4}{8}$ $-\frac{3}{3}, -1, -\frac{5}{5}, -\frac{2}{1}$ Desigualdades de Posición: Completa con $>$ o $<$: $\frac{5}{4} \text{ — } \frac{1}{2}$ $-\frac{3}{2} \text{ — } \frac{1}{2}$ $-\frac{1}{4} \text{ — } -\frac{3}{4}$ Búsqueda del Tesoro: Escribí una fracción que esté justo en el medio de 0 y 1, y otra que esté en el medio de 0 y -1.	Nivel 1: Resuelve comparaciones simples de igual denominador o con enteros. Nivel 2: Utiliza la equivalencia para comparar fracciones de distinto denominador sin necesidad de dibujos. Nivel 3: Comprende la lógica de los negativos (ej.: $1/4 > -3/4$ porque está más cerca del cero) y la densidad básica de la recta.

Recomendaciones para el Docente	Gestión de la Devolución y el Error ● Tratamiento del error (Negativos): Es muy común que crean que $-3/4 > -1/4$ porque 3 es más que 1. Intervención: "Si debes 3 pesos ($-3/4$) y tu amigo debe 1 peso ($-1/4$), ¿quién tiene más plata (o quién está más cerca de no deber nada)?". ● Validación: Cuando discutan si $3/2$ es igual a $6/4$, pediles que usen la variable de los cuadritos (12 cuadritos por unidad). La matemática se vuelve indiscutible cuando la escala coincide. Institucionalización Final El docente debe cerrar el bloque fijando: 1. Unicidad del punto: Un punto en la recta puede tener infinitos nombres (equivalentes), pero representa una única posición. 2. Orden: En la recta, siempre el número que está a la derecha es mayor. 3. Escala: La importancia de elegir una unidad (cantidad de cuadritos) que sea divisible por los denominadores que queremos usar (ej.: si usamos medios y tercios, conviene que la unidad sea de 6 cuadritos).	
Recurso didáctico	Clásica: Pizarrón dividido en dos: un lado para el Mapa (Recta) y otro para el Cálculo (Simbólico). Uso de tizas fluorescentes para resaltar el origen (0). Analógica: "Dominó de Posiciones". Fichas donde de un lado hay una fracción y del otro una ubicación en una recta pequeña. Los alumnos deben encastrarlas por equivalencia o posición. Tecnológica: Mentimeter o una encuesta sencilla de Google Forms para la actividad metacognitiva, permitiendo ver las respuestas de todos de forma anónima y comentarlas en el cierre.	

Bibliografía

- Guy Brousseau (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Raymond Duval (1999). Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Cali: Universidad del Valle.
- Hans Freudenthal (1991). Revisiting Mathematics Education: China Lectures. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Jean-Claude Kuzniak (2011). "El espacio de trabajo matemático y sus componentes". En: Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME).
- Ministerio de Educación de la Nación Argentina (2006). Núcleos de Aprendizajes Prioritarios (NAP). Matemática. Nivel Secundario. Buenos Aires.
- Ministerio de Educación de la Provincia del Chaco. Diseño Curricular Jurisdiccional de Educación Secundaria –Matemática.

