

**CASOS DE FACTOREO -REPASO-**

Los polinomios que pueden factorizarse presentan características según las cuales se agrupan en diferentes casos.

Factor común:

Este caso se aplica cuando en todos los términos de un polinomio figura uno o varios factores repetidos.

El resultado es el producto entre esos factores y el polinomio que resulta de dividir cada término por ese factor.

Para encontrar los factores repetidos procedemos de la siguiente manera:

- De los coeficientes se busca el máximo común divisor.
- De las letras se busca la que esté repetida en todos los términos con el menor exponente que figura en el polinomio.

Ejemplo 1: $P(x) = 3x^2 - 6x^4 + 9x^3 - 12x$

El máximo común divisor de los números es 3 y la letra repetida con el menor exponente es x, por lo tanto el factor común es 3x.

Luego:

$$3x^2 - 6x^4 + 9x^3 - 12x = 3x \cdot (x - 2x^3 + 3x^2 - 4)$$

$$\text{Ejemplo 2: } 16x^2 + 8x^3 - 4x = 4x \cdot (4x + 2x^2 - 1)$$

1) Extrae factor común en cada uno de los siguientes polinomios:

a) $36x^2 - 27x^4 =$

b) $-12x^3 + 9x^2 - 6x =$

c) $18x^3 + 6x^2 + 9x =$

d) $12x^3 + 8x^2 - 20x =$

e) $3x^3 + 21x^4b + 18x^5 - 9x^6 =$

f) $5yx^8 + 10y^4x^5 + \frac{5}{2}y^3x^2 =$



Factor común por grupos de igual número de términos:

Para factorizar un polinomio que tiene factores comunes en grupos de igual número de términos, se factorizan dichos grupos y luego se factorizan nuevamente con respecto a un nuevo factor común que aparece entre paréntesis.

Ejemplo:

$$P(x) = x^4 - 3x^3 + x - 3$$

Primero armamos los grupos (tomando aquellos términos que tengan algún factor en común) y los encerramos entre paréntesis:

$$(x^4 - 3x^3) + (x - 3)$$

En cada grupo sacamos factor común

$$x^3(x - 3) + 1(x - 3)$$

Volvemos a sacar factor común, ya que el paréntesis aparece en ambos términos:

$$(x - 3) \cdot (x^3 + 1)$$

Obteniendo así el resultado final: $x^4 - 3x^3 + x - 3 = (x - 3) \cdot (x^3 + 1)$

2) Extrae factor común por grupos:

$$a) x^3 - 5x - 3x^2 + 15 =$$

Trinomio cuadrado perfecto:

Sabemos que al resolver el cuadrado de un binomio se obtiene un trinomio llamado **trinomio cuadrado perfecto**: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

De acuerdo con la definición de cuadrado de un binomio resulta que en el trinomio cuadrado perfecto, dos de sus términos son cuadrados perfectos y el término restante es el doble producto de las bases de los cuadrados.

Si tenemos un polinomio de tres términos, y reconocemos en él el formato anterior, entonces se puede factorizar escribiéndolo nuevamente como potencia

$$\text{Ejemplo: } x^2 + 4x + 4$$

Para factorizarlo debemos reconocer en él, el formato del trinomio cuadrado perfecto:

$$a^2 + 2ab + b^2$$

Buscamos dos términos que sean cuadrados perfectos y le sacamos la raíz cuadrada

$$a^2 = x^2 \text{ entonces } a = x$$

$$b^2 = 4 \text{ entonces } b = 2$$

Verificamos ahora si el término restante es el doble producto de a por b:

$$2ab = 2 \times x \times 2 = 4x$$

Esto significa que el polinomio dado sí tiene la forma de trinomio cuadrado perfecto, por lo tanto se puede factorizar: $x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2$

3) Analiza si los siguientes trinomios son cuadrados perfectos. Si lo son, factorízalos.

$$a) 1 + 18x + 81x^2 =$$

$$b) \frac{4}{9}x^4 - \frac{2}{3}x^2 + 1 =$$

$$c) 9 - 30x + 25x^2 =$$

$$d) \frac{1}{9}x^2 + 16 + 8x =$$

$$e) \frac{9}{25} + 4x^4 - \frac{12}{5}x =$$

$$f) 4x^2 + 4x + 1 =$$

$$g) \frac{1}{81}x^4 + \frac{2}{3}x^2 + 9 =$$

Cuadrinomio cubo perfecto:

Recordemos que el cubo de un binomio da por resultado un cuadrinomio llamado cuadrinomio cubo perfecto: $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Este caso es similar al anterior, sólo que el polinomio dado debe ser un cuadrinomio y el resultado del factorio debe ser el cubo de un binomio.

Ejemplo:

$$x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

Debemos reconocer en el polinomio dado el formato $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ para ello buscamos dos términos que sean cubos perfectos y les sacamos la raíz cúbica

$$a^3 = x^3 \quad \text{entonces } a = \sqrt[3]{x^3} = x$$

$$b^3 = 8 \quad \text{entonces } b = \sqrt[3]{8} = 2$$

Verificamos ahora si los dos términos restantes responden al formato $3a^2b$ y $3ab^2$

$$3a^2b = 3(x)^2 \cdot 2 = 6x^2$$

$$3ab^2 = 3x(2)^2 = 12x$$

Comprobamos que efectivamente sí tiene el formato indicado, por lo tanto:

$$x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = (x + 2)^3$$

4) Analiza si los siguientes cuadrinomios son cubos perfectos. Si lo son, factorízalos.

a) $-x^3 - 9x^2 - 27x - 27 =$

b) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8 =$

c) $x^3 + 64 - 12x^2 - 48x =$

d) $\frac{27}{64}x^3 + \frac{27}{16}x^2 + \frac{9}{4}x + 1 =$

e) $\frac{1}{8} - \frac{9}{4}x + \frac{15}{2}x^2 - 125x^3 =$

Diferencia de cuadrados:

Recordemos que $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$

Por el carácter recíproco de esta propiedad, si tenemos un binomio que tenga la forma $a^2 - b^2$ podemos factorarlo escribiendo $(a+b) \cdot (a-b)$

Ejemplo:

$$P(x) = x^2 - 9$$

$$\text{Si } a^2 = x^2 \quad \text{entonces } a = x$$

$$b^2 = 9 \quad \text{entonces } b = 3$$

este polinomio tiene la forma de diferencia de cuadrados por lo tanto su factorización es:

$$x^2 - 9 = (x + 3) \cdot (x - 3)$$

5) Factoriza las siguientes diferencias de cuadrados:

a) $49x^2 - 100 =$

b) $x^8 - 1 =$

c) $(x + 1)^2 - 4 =$

d) $x^2 - 2 =$

e) $4x^2 - \frac{9}{25} =$

f) $16x^4 - 1 =$