



Ministerio de
Educación, Cultura,
Ciencia y Tecnología
Unico Gobierno de todos

Subsecretaría de Fortalecimiento
de Trayectorias Estudiantiles



UNIVERSIDAD
TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL
RESISTENCIA

Secretaría de Políticas
Universitarias



Ministerio de Educación
Argentina

INTRODUCCIÓN A LA INGENIERÍA

MÓDULO FÍSICA

TEMA 4

Cinemática



TEMA 4: CINEMÁTICA

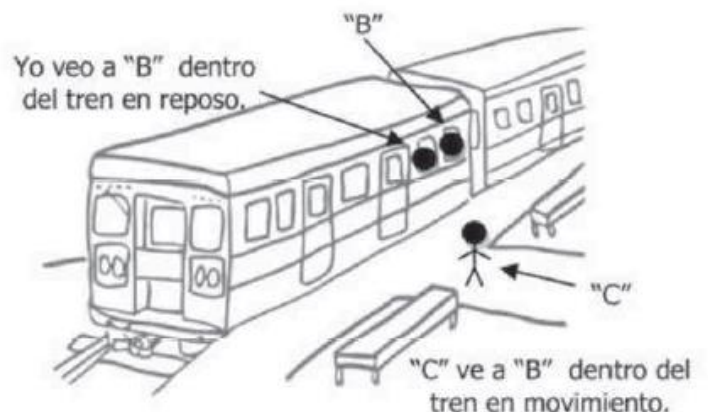
EL REPOSO Y EL MOVIMIENTO

Decimos que un cuerpo está **en reposo**, cuando mantiene una **posición invariable** en el espacio respecto de un punto de referencia, a través de un cierto tiempo.

Decimos que un cuerpo está **en movimiento** cuando **cambia de posición** o de lugar en el espacio respecto de un punto de referencia, a través de un cierto tiempo.

EJEMPLOS:

Si estuviéramos sentados en un vagón de un tren en movimiento, y miráramos a la persona que está sentada en el asiento de al lado, por más que el tren se está moviendo, con respecto a nosotros la persona que miramos está en reposo. Ya que en este caso estaría en reposo tomando como centro de referencia al vagón del tren, en cambio si alguien que está fuera del tren ve a esa persona desde el andén, para el observador que está en el andén, la misma persona que para nosotros estaba en reposo estará en movimiento.



Por lo tanto debemos recordar que el estado de reposo o movimiento dependerá del punto de referencia del observador, un ejemplo muy típico es el de mirar un auto estacionado, que para nosotros, parados sobre la tierra y tomando al planeta como referencia el auto está en reposo, sin embargo, la tierra tiene un movimiento alrededor del sol con lo cual tanto la tierra como el auto estacionado se están moviendo respecto al sol y ninguno está en reposo respecto al sol (O sea que si miráramos al mismo auto estacionado desde el sol ya no lo veríamos en reposo).

TRAYECTORIA

Las distintas **posiciones** que un cuerpo va ocupando a través **del tiempo**, se denomina **trayectoria** seguida por un cuerpo.

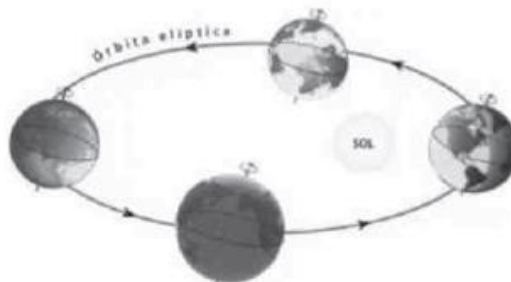
Los cuerpos pueden realizar diversas clases de trayectorias, por ejemplo:

Rectilínea, parabólica, circular, elíptica, irregular, etc.

Ejemplos:



Un niño jugando en una calesita sigue una trayectoria circular



La tierra alrededor del sol sigue una trayectoria elíptica



Un balón lanzado al aro, sigue una trayectoria parabólica.



RAPIDEZ

Es el módulo del vector velocidad. Es una cantidad **escalar**. No tiene dirección ni sentido.

- **RAPIDEZ INSTANTANEA:** Un auto no se desplaza siempre con la misma rapidez. Un auto puede recorrer una calle a 50km/h, reducir su velocidad a 0km/h en un semáforo y luego aumentarla a sólo 30km/h a causa del tráfico. Se puede saber la rapidez de un vehículo en cualquier momento mirando el velocímetro del mismo. La rapidez en cualquier instante se conoce como **rapidez instantánea**.
- **RAPIDEZ PROMEDIO:** Cuando alguien planea realizar un viaje en auto, a menudo le interesa saber cuánto tiempo le tomará recorrer cierta distancia. Desde luego, el auto no viajará con la misma rapidez durante todo el recorrido. Al conductor le interesa sólo la rapidez promedio para la totalidad del trayecto. La rapidez promedio se define como sigue:

$$\text{Rapidez Promedio} = \frac{\text{Distancia total recorrida}}{\text{Intervalo de tiempo empleado}}$$

Por ejemplo si recorremos 240 km en 4 horas veremos qué:

$$\text{Rapidez Promedio} = \frac{240 \text{ km}}{4 \text{ h}} = 60 \text{ km/h}$$

La rapidez promedio suele ser muy diferente a la de la rapidez instantánea

VELOCIDAD

En el lenguaje cotidiano empleamos las palabras **rapidez** y **velocidad** de manera indistinta.

En física hacemos una distinción entre ellas. Cuando decimos que un auto viaja a 60km/h estamos indicando su rapidez. Pero si decimos que un vehículo se desplaza a 60km/h hacia el norte sobre la ruta 9, estamos especificando su velocidad.

La rapidez describe qué tan a prisa se desplaza un objeto; la velocidad nos dice qué tan aprisa lo hace y en qué dirección y sentido.

La velocidad es numéricamente igual a la distancia recorrida por el móvil en la unidad de tiempo. Es una magnitud **vectorial** y se la suele simbolizar: **v**

Dependiendo de las características de la velocidad y la trayectoria que sigue un cuerpo se pueden presentar distintos tipos de movimientos.

Por ejemplo para movimientos rectilíneos, es decir, para movimientos cuya trayectoria sigue líneas rectas, podemos distinguir en principio dos tipos en función de las características de su velocidad:

- Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)
- Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV)

En esta unidad nos ocuparemos del Movimiento Rectilíneo Uniforme, más adelante veremos los otros tipos de movimientos.

M.R.U. (Movimiento rectilíneo uniforme)

Se denomina rectilíneo porque su trayectoria es una línea recta, y uniforme porque su velocidad no varía. Recorre espacios iguales en tiempos iguales.

Por ejemplo el movimiento de un ascensor (que asciende y desciende sin modificar su velocidad) y prescindiendo de los momentos en que arranca y se detiene. Dicho movimiento es **uniforme y rectilíneo** pues su velocidad se mantiene constante durante todo el tiempo que dura dicho movimiento, y además lo realiza según una trayectoria rectilínea.

La **velocidad** es **directamente proporcional** a la **distancia** recorrida e **inversamente proporcional** al **tiempo** empleado en recorrerla, y que esa relación es siempre **constante**.

FORMULA

La única fórmula de este movimiento es:

$$v = \frac{e}{t}$$

Unidades: $[v] = \text{km/h}, \text{m/seg}, \text{cm/seg}$

VELOCIDAD INSTANTÁNEA: Es la velocidad que posee un cuerpo en un intervalo de tiempo muy corto, es decir que se calcula en un intervalo de tiempo muy pequeño, cuando el $\Delta t \rightarrow 0$ (Δt : es variación de tiempo, $t_f - t_i$)

GRAFICA DEL MOVIMIENTO

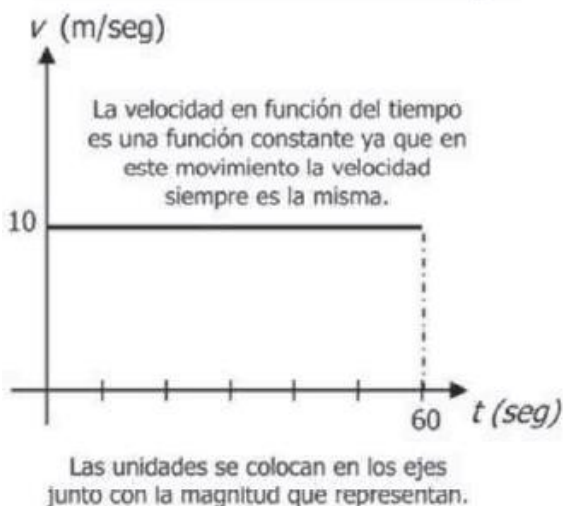
Todos los movimientos se pueden graficar en los ejes cartesianos
Los gráficos correspondientes a este movimiento (M.R.U.) son:

- $v(t)$ Velocidad en función del tiempo
- $e(t)$ Espacio en función del tiempo

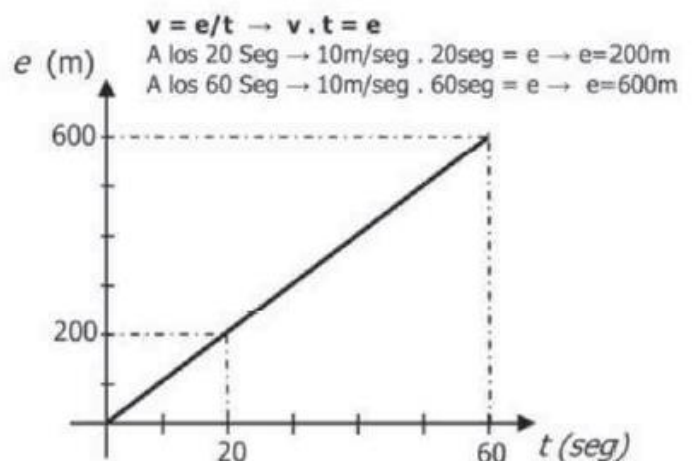
En el eje de las abscisas o eje de las "x" se coloca el tiempo, ya que "t" es la variable independiente en Física, pues es la única magnitud que nosotros no podemos modificar.

EJEMPLO: Haremos las graficas correspondiente a un móvil que se desplaza con una $v = 10\text{m/seg}$ durante un minuto

Velocidad en función del tiempo



Espacio en función del tiempo



Veamos ahora un ejercicio de ejemplo.

Un automovilista parte de Buenos Aires a Mar del Plata recorriendo los primeros 100 Km a una velocidad constante de 100 Km/h, luego para a cargar nafta y demora unos 15 minutos, luego sigue su marcha y como la ruta esta mas despejada aumenta su velocidad a 120 Km/h hasta llegar a destino recorriendo en total 400 Km.

- Calcular el tiempo total empleado hasta llegar a destino.
- Calcular la velocidad promedio en todo el recorrido.
- Graficar $v(t)$ y Graficar $e(t)$

Para saber el tiempo total vamos a ir sumando los tiempos de los 3 tramos.

Para calcular el tiempo de los primeros 100 Km, utilizo la fórmula:

$$v = \frac{e}{t} \Rightarrow t = \frac{e}{v} = \frac{100 \text{ km}}{100 \text{ km/h}} = 1 \text{ h}$$

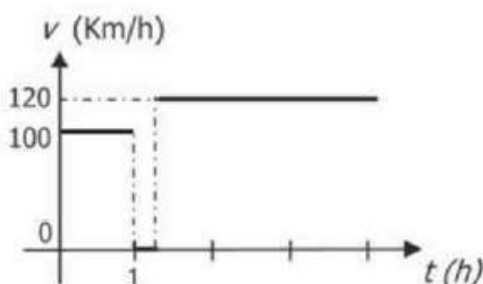
En el medio debido a la parada se suman los 15 min, o sea un tiempo $t = 0,25 \text{ h}$

En el tramo final aplico nuevamente la fórmula: $v = \frac{e}{t} \Rightarrow t = \frac{e}{v} = \frac{300 \text{ km}}{120 \text{ km/h}} = 2,5 \text{ h}$

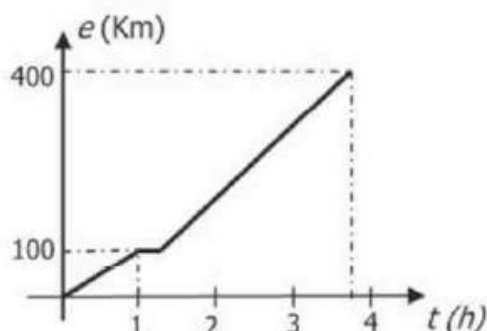
En conclusión el tiempo total es: $\Rightarrow t = 1 \text{ h} + 0,25 \text{ h} + 2,5 \text{ h} \Rightarrow t = 3,75 \text{ h}$

Para calcular la velocidad promedio del recorrido dividido al espacio recorrido por el tiempo empleado:

$$\text{Velocidad Promedio} = \frac{\text{Distancia total recorrida}}{\text{Intervalo de tiempo empleado}} \Rightarrow \text{Velocidad Promedio} = \frac{400 \text{ km}}{3,75 \text{ h}} = 106,6 \text{ km/h}$$



Comienza a 100 Km/h, a la hora queda a 0 Km/h durante 15 min, y vuelve a moverse a $v = 120 \text{ Km/h}$



En el primer tramo recorre 100 Km, luego durante 15 min no recorre nada ya que está parado, y en el último tramo recorre los últimos 300 Km.

Problemas de Encuentro: Son problemas en los que intervienen dos o más cuerpos y tienen la dificultad de tener que calcular los tiempos y distancias recorridas por más de un cuerpo simultáneamente, por lo general en estos problemas se dan una determinada cantidad de datos y se suele pedir que se calcule el momento en que se encuentran los cuerpos o bien el lugar donde se encuentran.

Podríamos hacer varias distinciones entre los diferentes tipos de problemas de encuentro, por ahora, solo en MRU (O sea Movimiento Rectilíneo Uniforme, con velocidades constantes) vamos a ver solo dos tipos de problemas de encuentro:

- Cuando los cuerpos van en la misma dirección y sentido (Tipo persecución)
- Cuando los cuerpos tienen velocidades con sentido contrario. (Tipo choque)

Para resolver los problemas de encuentro debemos plantear lo que se conoce como las "ecuaciones horarias" del movimiento.

Dichas ecuaciones parten de la fórmula que habíamos visto: $v = \frac{e}{t} \Rightarrow e = v \cdot t$

Lo que cambia, es que al espacio "e" lo expresaremos como: $e_f - e_o$
O sea: Posición final menos posición inicial

Y al tiempo transcurrido "t" lo expresaremos como $t_f - t_o$
O sea: Tiempo final menos tiempo inicial

Por lo tanto la ecuación horaria para MRU será: $e_f - e_o = v \cdot (t_f - t_o)$

Que dejando en el primer miembro solo la posición final quedaría: $e_f = e_o + v \cdot (t_f - t_o)$

Por último, vale aclarar que en los problemas de encuentro, las posiciones finales de los móviles debe coincidir, ya que suponemos que en ese mismo instante están en el mismo lugar.

Por lo tanto los procedimientos matemáticos para resolver estos problemas se basarán mayoritariamente en igualar "e_f" y "t_f"

Ejemplo: Veamos entonces cómo resolver un ejemplo típico de "problemas de encuentro"

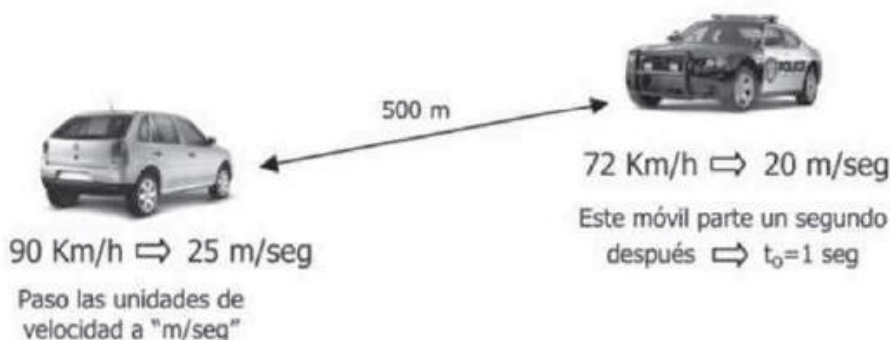
Dos móviles se encuentran a 500 metros de distancia, parten a su encuentro con velocidades de 90 km/h y 72 Km/h. El móvil que tiene velocidad de 72 Km/h parte un segundo después que el primero ¿Cuánto tiempo tardan en encontrarse?

Ahora vamos a llamar al primer móvil "A" y al segundo "B" y planteamos la ecuación del movimiento para cada uno:

Vamos a tomar como referencia que el instante $t_{0A}=0$ es el instante en que parte el primer móvil y que la posición $e_{0A}=0$ es la posición de la que parte el primer móvil. Por lo tanto el tiempo inicial del segundo móvil será $t_{0B}=1$ seg (Ya que parte un segundo después del primero) y la posición inicial del segundo móvil será $e_{0B}=500$ m

Es importante comprender que en el segundo móvil la velocidad será negativa ya que es de sentido contrario al primer móvil.

Antes que nada hacemos mínimamente un esquema para visualizar la situación:



Luego, una vez que tenemos el esquema, planteamos las ecuaciones horarias para cada móvil.

$$e_{fA} = e_{0A} + v_A \cdot (t_{fA} - t_{0A}) \Rightarrow e_{fA} = 0m + 25 \frac{m}{seg} \cdot (t_{fA} - 0)$$

$$e_{fB} = e_{0B} + v_B \cdot (t_{fB} - t_{0B}) \Rightarrow e_{fB} = 500m - 20 \frac{m}{seg} \cdot (t_{fB} - 1seg)$$

Lo que tenemos que razonar ahora es lo siguiente: Si queremos calcular el momento en que se encuentran los móviles, en ese instante, tanto " e_f " como " t_f " coincidirán para ambos. Ya que si se encuentran, lo harán en la misma posición final y en el mismo instante final.

Por lo tanto podemos reemplazar " e_{fA} " y " e_{fB} " por " e_e " o sea posición de encuentro
Y también podemos reemplazar " t_{fA} " y " t_{fB} " por " t_e " o sea instante de encuentro

Con lo que obtenemos:

$$\begin{cases} e_e = 0m + 25 \frac{m}{seg} \cdot (t_e - 0) \\ e_e = 500m - 20 \frac{m}{seg} \cdot (t_e - 1seg) \end{cases}$$

Igualando x_e obtenemos: $0m + 25 \frac{m}{seg} \cdot (t_e - 0) = 500m - 20 \frac{m}{seg} \cdot (t_e - 1seg)$

Resolvemos
la ecuación
paso a paso

$$25 \frac{m}{seg} \cdot t_e = 500m - 20 \frac{m}{seg} \cdot t_e + 20 \frac{m}{seg} \cdot 1seg$$

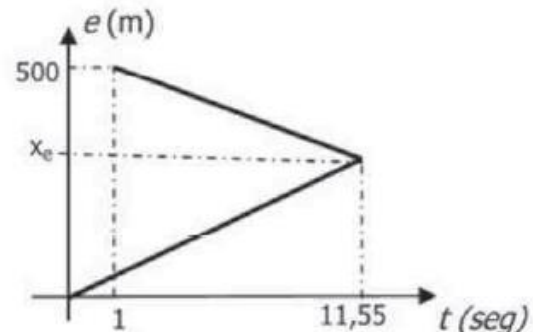
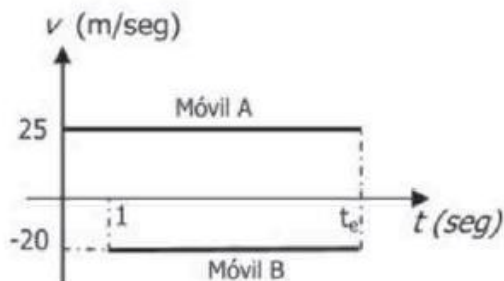
$$25 \frac{m}{seg} \cdot t_e = 500m - 20 \frac{m}{seg} \cdot t_e + 20m$$

$$25 \frac{m}{seg} \cdot t_e + 20 \frac{m}{seg} \cdot t_e = 500m + 20m$$

$$45 \frac{m}{seg} \cdot t_e = 520m \Rightarrow t_e = \frac{520m}{45 \frac{m}{seg}} \Rightarrow \boxed{t_e = 11,5 \text{ seg}}$$

O sea que 11,55 segundos
después de que partió el primer
móvil se terminan encontrando

Veamos ahora las gráficas del movimiento:





M.R.U.V. (Movimiento rectilíneo uniformemente variable)

Se denomina rectilíneo porque su trayectoria es una línea recta y se denomina uniformemente variable porque su velocidad varía en forma constante.

Podemos modificar el estado de movimiento de un objeto cambiando su rapidez, su dirección de movimiento, o ambas cosas. Cualquiera de estos cambios constituye un cambio de velocidad. En ocasiones nos interesa saber qué tan aprisa cambia la velocidad.

Por ejemplo, un móvil que marcha en un instante inicial de referencia con una velocidad de 20m/seg, a los 10seg su velocidad es de 40m/seg, esto significaría de seguir aumentando constantemente su velocidad que a los 20seg de la partida su velocidad será 60m/seg. O sea que sufrió una diferencia de velocidad (Δv) de 20m/seg. en intervalos iguales de tiempo.

Al cociente que existe entre la variación de velocidad y el tiempo en que se produce se denomina aceleración (**a**).

La variación de velocidad se expresa $\Delta v = v_f - v_i$

Δ : es delta una letra griega mayúscula y es el símbolo de variación

v_f : velocidad final

v_i : velocidad inicial (**v_o**)

La formula de aceleración es:

$$a = \frac{\Delta v}{t} \quad \text{ó} \quad a = \frac{v_f - v_i}{t}$$

Las **unidades** de aceleración son: **m/seg²** ó **cm/seg²** ó **km/h²**

Es muy común utilizar la fórmula de velocidad final, sabiendo la aceleración, la velocidad inicial y el tiempo transcurrido, que es la misma fórmula, pero despejando V_f

$$V_f = V_i + a \cdot t$$

Nota: Si la variación de velocidad es positiva significa que está aumentando la velocidad, en este caso la aceleración es positiva y se denomina movimiento acelerado.

Si la variación es negativa significa que la velocidad está disminuyendo y se denomina desacelerado o retardado.

Para calcular espacio o distancia en este movimiento, se utiliza la siguiente expresión:

$$e = v_i \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

Si se trabaja correctamente con las unidades en todo el desarrollo del ejercicio, al terminar el cálculo el **e** resultara en m o km.

Si el problema indica que parte del reposo se considera velocidad inicial nula o sea:

$v_i = 0$ y en ese caso se anula el primer termino de la formula:

$$e = v_i \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 = 0 + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad \Rightarrow \quad e = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

GRAFICAS DEL M.R.U.V.

Lo más útil es representar el espacio recorrido en función del tiempo, así como la velocidad que tiene el móvil en los diferentes momentos en que se desarrolla dicho movimiento.

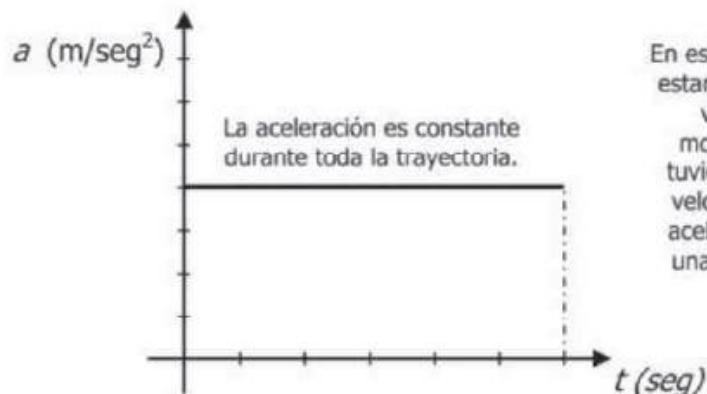
En ellas se representa el espacio que se recorre como una función que depende del tiempo. Para realizarla, elegimos la ecuación del movimiento y sustituimos el tiempo por algunos valores escogidos.

En este movimiento se pueden realizar tres graficas:

- $a(t)$ aceleración en función del tiempo
- $v(t)$ Velocidad en función del tiempo
- $e(t)$ Espacio en función del tiempo

➤ Gráfica de la aceleración

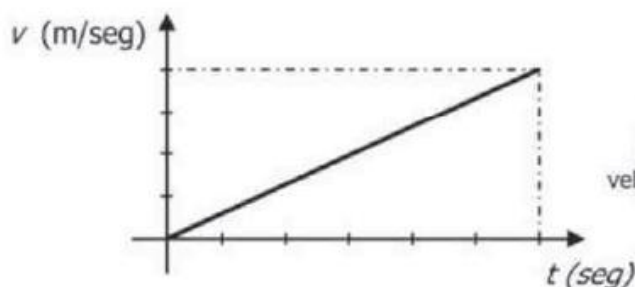
La grafica de la aceleración es una semirrecta horizontal ya que esta es constante en este movimiento.



En este caso al ser la aceleración positiva estamos representando un móvil con su velocidad en aumento, o sea un movimiento acelerado, si en cambio tuviéramos que graficar un móvil cuya velocidad descende con el tiempo, la aceleración sería negativa, o sea sería una recta horizontal debajo del eje x.

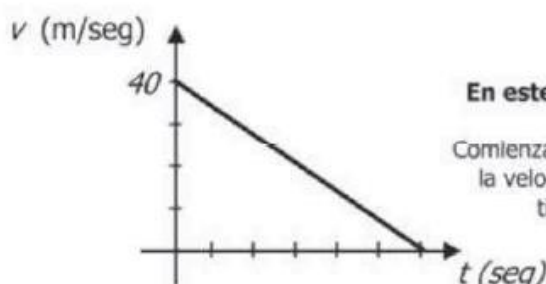
➤ Gráfica de la velocidad

La velocidad en función del tiempo es una función lineal, donde la pendiente de la recta es la aceleración. En los movimientos acelerados, la pendiente será positiva, es decir que veremos una recta hacia arriba, en cambio en los movimientos desacelerados, la pendiente será negativa.



En este caso es un movimiento Acelerado.

Comienza con velocidad nula y va aumentando la velocidad de manera constante con el paso del tiempo.

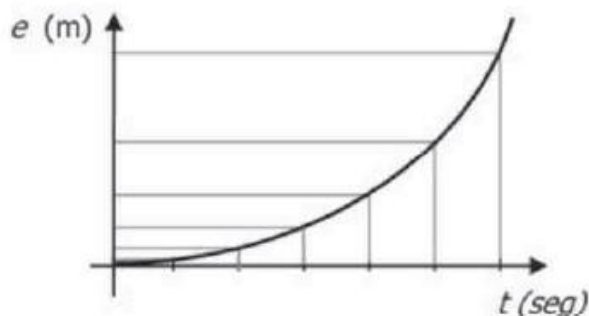


En este caso es un movimiento Desacelerado.

Comienza con velocidad de 40 m/s y va disminuyendo la velocidad de manera constante con el paso del tiempo, en este caso hasta detenerse.

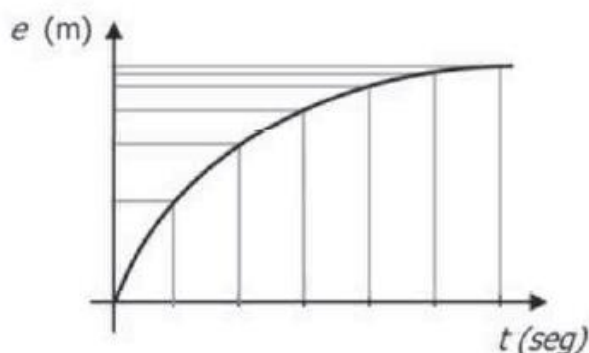
➤ Gráfica del Espacio

El espacio en función del tiempo es una ecuación de segundo grado, o sea que su gráfica será una parábola o parte de ella.



En este caso es un movimiento Acelerado.

Vemos como el espacio recorrido en los primeros segundos es menor al espacio recorrido en los siguientes segundos. Esto se debe a que a medida que pasa el tiempo, la velocidad aumenta, por lo tanto recorre más espacio en un mismo tiempo



En este caso es un movimiento Desacelerado.

Vemos como el espacio recorrido en los primeros segundos es mayor al espacio recorrido en los siguientes segundos. Esto se debe a que a medida que pasa el tiempo, la velocidad disminuye, por lo tanto recorre menos espacio en un mismo tiempo

10

Veamos un ejemplo y sus gráficas.

Tenemos un auto parado en un semáforo cuyo conductor al ver la luz verde aprieta el acelerador y produce durante 4 segundos una aceleración constante de 5m/s^2
Se pide:

- ¿Qué espacio recorrió en esos 4 segundos?
- ¿Qué velocidad alcanzó al cabo de esos 4 segundos?
- Si luego de esos 4 segundos, mantuvo la velocidad alcanzada durante 10 segundos
¿Cuánto espacio recorrió en los 14 segundos totales?
- Graficar el espacio y la velocidad en función del tiempo del punto "c"

Comencemos por el punto "a". si me preguntan qué espacio recorrió en los primeros 4 segundos, lo primero que pienso es de qué tipo de movimiento estamos hablando. La respuesta es de un MRUV, ya que es un movimiento rectilíneo y por el enunciado entendemos que se trata de un movimiento cuya velocidad varía en forma constante.

Ahora bien, si nos piden el espacio recorrido y sabemos que es un MRUV, entonces aplicamos la fórmula de MRUV para calcular el espacio que como vimos es:

$$e = v_i \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

Tenemos entonces: $e = v_i \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \Rightarrow$ Reemplazamos los valores de "a" y "t" que son datos $\Rightarrow e = 0 \cdot 4\text{seg} + \frac{1}{2} \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2} \cdot (4\text{seg})^2$

$$e = 0 + \frac{1}{2} \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2} \cdot 16 \text{seg}^2 \Rightarrow \text{Simplificamos las unidades} \Rightarrow e = \frac{1}{2} \cdot 5 \text{m} \cdot 16 \Rightarrow \boxed{e = 40 \text{m}}$$

Y tenemos el espacio recorrido en los primeros 5 segundos

Calculemos ahora lo pedido en el punto "b"

Aquí nos piden la velocidad al cabo de esos 4 segundos que como dijimos es un MRUV

Utilizamos entonces la fórmula de Velocidad del MRUV

$$v_f = v_i + a \cdot t \Rightarrow \text{Remplazamos los valores de "a" y "t" que son datos} \Rightarrow v_f = 0 + 5 \frac{m}{seg^2} \cdot 4 seg \Rightarrow v_f = 20 \frac{m}{seg}$$

Ahora calculemos lo que nos piden en el punto "c"

Durante los primeros cuatro segundos se desplazo con MRUV, luego los próximos 10 seg se desplazo con velocidad constante o sea MRU. La velocidad de este MRU será la velocidad final alcanzada en el MRUV, que como calculamos en el punto anterior es de 20 m/s

Por lo tanto en este segundo tramo, desde los 4 a los 14 segundos del recorrido, tendremos que aplicar las fórmulas de MRU.

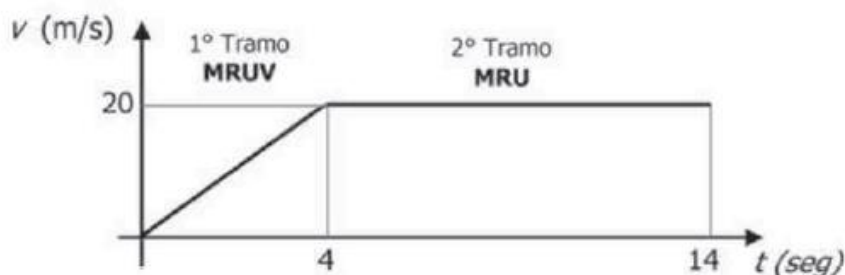
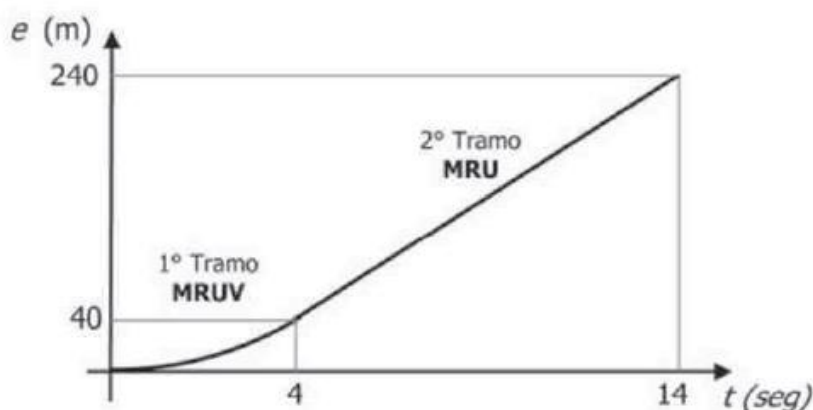
Calculemos entonces el espacio recorrido en este segundo tramo:

$$e = v \cdot t \Rightarrow e = 20 \frac{m}{seg} \cdot 10 seg \Rightarrow e = 200m$$

Ahora lo que nos piden es el espacio recorrido en total en los 14 segundos, es decir, el que recorrió con MRUV y el que recorrió con MRU, para ello, debemos sumar ambos espacios

Por lo tanto el espacio recorrido en los 14 segundos es de: 40m + 200m, o sea 240 metros

Para verlo mejor, grafiquemos el espacio y la velocidad en función del tiempo como nos pide el ejercicio.



En ambos casos podemos observar claramente la diferencia entre el primer tramo del movimiento realizado con MRUV y el segundo tramo con MRU

Problemas de Encuentro en MRUV

Para resolver los problemas de encuentro debemos plantear lo que se conoce como las "ecuaciones horarias" del movimiento.

Dichas ecuaciones parten de las fórmulas de espacio y velocidad:

$$\Rightarrow \begin{cases} e = v_i \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \\ v_f = v_i + a \cdot t \end{cases}$$

Lo que cambia, es que al espacio "e" lo expresaremos como $e_f - e_o$

O sea: Posición final menos posición inicial

Y al tiempo transcurrido "t" lo expresaremos como $t_f - t_o$

O sea: Tiempo final menos tiempo inicial

Por lo tanto la ecuación horaria del espacio para MRUV es:

$$e_f = e_o + v_i \cdot (t_f - t_o) + \frac{1}{2} a \cdot (t_f - t_o)^2$$

Y la ecuación de la velocidad en función del tiempo:

$$V_f = V_o + a \cdot (t_f - t_o)$$

Por último, vale aclarar que en los problemas de encuentro, las posiciones finales de los móviles deben coincidir, ya que suponemos que en ese mismo instante están en el mismo lugar.

Por lo tanto los procedimientos matemáticos para resolver estos problemas se basarán mayoritariamente en igualar "e" y "t"

Como vimos en MRU hay básicamente dos tipos de problemas de encuentro:

- Cuando los cuerpos van en la misma dirección y sentido (Tipo persecución)
En estos casos ambas velocidades tendrán el mismo signo, generalmente positivos.
- Cuando los cuerpos tienen velocidades con sentido contrario. (Tipo choque)
En estos casos las velocidades tendrán signos diferentes, uno positivo y otro negativo.

También vale la pena mencionar que hay que tener mucho cuidado con el tipo de movimiento, si tenemos un problema de encuentro en el cual un móvil tiene MRU y un segundo móvil MRUV, no debemos equivocarnos en plantear las ecuaciones de MRU para el primero y las de MRUV para el segundo. Dicho esto, veamos la resolución de un típico problema de encuentro con MRUV

Problema: Un móvil pasa por una esquina con velocidad constante igual a 18 m/seg, a los 7 segundos parte del reposo en su persecución un patrullero con una aceleración de 1m/seg²

Calcular cuánto tiempo tarda el patrullero en alcanzar al primer móvil y la distancia del punto de partida donde lo alcanza.

Primero planteamos los datos y las ecuaciones. En el primer móvil planteamos las ecuaciones de MRU ya que su velocidad es constante

$$e_f = e_o + v \cdot (t_f - t_o)$$

Datos $\begin{cases} e_o = 0 \text{ m} & (\text{tomamos como posición inicial la esquina donde comienza la persecución}) \\ t_o = 0 \text{ Seg} & (\text{tomamos como instante inicial el momento en que pasa por la esquina}) \\ v = 20 \text{ m/seg} \end{cases}$

Remplazamos t_f y e_f por t_e y e_e
ya que nos interesa el momento
y posición de encuentro.

$$e_f = 18 \frac{\text{m}}{\text{seg}} \cdot (t_f) \Rightarrow e_e = 18 \frac{\text{m}}{\text{seg}} \cdot (t_e)$$

En el patrullero planteamos las ecuaciones de MRUV

$$e_f = e_o + v_i \cdot (t_f - t_o) + \frac{1}{2} a \cdot (t_f - t_o)^2$$

$$\begin{cases} e_o = 0 \text{ m (tomamos como posición inicial la esquina donde comienza la persecución)} \\ t_o = 4 \text{ Seg (el patrullero tarda 4 segundo en comenzar a moverse)} \\ v_o = 0 \text{ m/seg (el patrullero Parte del reposo)} \\ a = 1 \text{ m/seg}^2 \end{cases}$$

Remplazando la ecuación nos queda:

$$e_f = 0 \cdot (t_f - 7 \text{ seg}) + \frac{1}{2} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2} \cdot (t_f - 7 \text{ seg})^2 \Rightarrow e_e = \frac{1 \text{ m}}{2 \text{ seg}^2} \cdot (t_e - 7 \text{ seg})^2$$

Iguando entonces ambas ecuaciones: $18 \frac{\text{m}}{\text{seg}} \cdot t_e = \frac{1 \text{ m}}{2 \text{ seg}^2} \cdot (t_e - 7 \text{ seg})^2$

Datos

Despejando "t_e": $18 \frac{\text{m}}{\text{seg}} \cdot t_e = \frac{1 \text{ m}}{2 \text{ seg}^2} \cdot t_e^2 - 7 \frac{\text{m}}{\text{seg}} \cdot t_e + \frac{49}{2} \text{ m} \Rightarrow 0 = \left(\frac{1 \text{ m}}{2 \text{ seg}^2} \right) \cdot t_e^2 - \left(25 \frac{\text{m}}{\text{seg}} \right) \cdot t_e + \left(\frac{49}{2} \text{ m} \right)$

En esta ecuación no podemos despejar fácilmente "t_e" porque nos queda una ecuación cuadrática, por lo tanto tendremos que recordar la fórmula para resolver ecuaciones cuadráticas y utilizar esta fórmula para resolver este problema.

Haciendo un repaso, la fórmula para resolver una ecuación cuadrática es: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
Aplicando esta fórmula a nuestra ecuación:

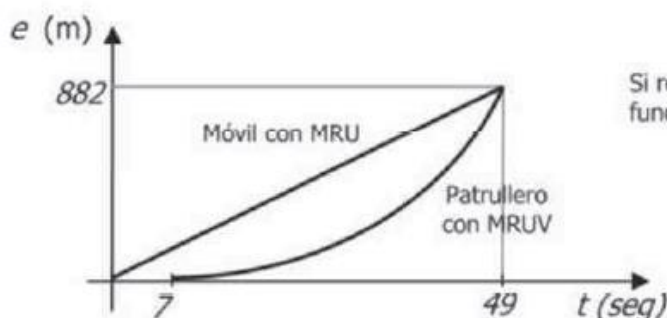
$$t_e = \frac{25 \frac{\text{m}}{\text{seg}} \pm \sqrt{\left(25 \frac{\text{m}}{\text{seg}} \right)^2 - 4 \left(\frac{1 \text{ m}}{2 \text{ seg}^2} \right) \cdot \left(\frac{49}{2} \text{ m} \right)}}{2 \cdot \frac{1 \text{ m}}{2 \text{ seg}^2}} = \frac{25 \frac{\text{m}}{\text{seg}} \pm \sqrt{625 \frac{\text{m}^2}{\text{seg}^2} - 49 \frac{\text{m}^2}{\text{seg}^2}}}{1 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}} = \frac{25 \frac{\text{m}}{\text{seg}} \pm 24 \frac{\text{m}}{\text{seg}}}{1 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}} \Rightarrow \begin{matrix} t_e = 1 \text{ seg} \\ t_e = 49 \text{ seg} \end{matrix}$$

Como vemos nos dio 2 resultados, de los cuáles uno es incorrecto. Muchas veces nos damos cuenta que un resultado es incorrecto por dar negativo. En este caso en particular, **el valor correcto es 49 segundos, ya que el patrullero comenzó a moverse a los 7 segundos como dice el problema** (Y antes de los 7 segundos estaba en reposo).

Para ver a qué distancia del punto de partida lo alcanza, basta con remplazar el "t_e" que calculamos en cualquiera de las dos ecuaciones horarias, podemos hacerlo en el móvil con MRU o en el patrullero.

En el móvil con MRU $e_e = 18 \frac{\text{m}}{\text{seg}} \cdot (t_e) \Rightarrow e_e = 18 \frac{\text{m}}{\text{seg}} \cdot 49 \text{ seg} \Rightarrow e_e = 882 \text{ m}$

En el móvil con MRUV $e_e = \frac{1 \text{ m}}{2 \text{ seg}^2} \cdot (t_e - 7 \text{ seg})^2 \Rightarrow e_e = \frac{1 \text{ m}}{2 \text{ seg}^2} \cdot (49 \text{ seg} - 7 \text{ seg})^2 \Rightarrow e_e = 882 \text{ m}$



Si realizamos la gráfica del espacio recorrido en función del tiempo por ambos móviles vemos el momento de encuentro a los 49 seg.



CAIDA LIBRE

Una manzana cae de un árbol ¿Se acelera durante la caída? Sabemos que parte del reposo y adquiere rapidez conforme cae. Lo sabemos porque podríamos atraparla sin hacernos daño después de una caída de uno o dos metros, pero no si cae desde un globo que vuela a gran altura.

Así pues, la manzana adquiere más rapidez durante el tiempo en que cae desde una gran altura que durante el tiempo más breve que le toma caer desde un metro. Este aumento de rapidez indica que la manzana se acelera al caer.

La fuerza de gravedad hace que la manzana se acelera hacia la tierra una vez que comienza a caer. En la vida real la resistencia del aire afecta la aceleración de un objeto que cae. Imaginemos que el aire no opone resistencia y que la fuerza de gravedad es el único factor que afecta la caída de un cuerpo. Decimos entonces que el cuerpo está en **caída libre**.

Se denomina así al movimiento que describe todo objeto que se deja caer desde una determinada altura por lo que la velocidad inicial es 0 y se trata de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Todos los cuerpos que se dejan caer simultáneamente de una misma altura llegan a la tierra en el mismo instante, o sea tardan el mismo tiempo independientemente de su masa y peso. Los cuerpos llegan al mismo tiempo porque son atraídos por la misma aceleración, en este caso se trata de la aceleración de la tierra denominada aceleración de la gravedad. (**g**)

Esta es una constante que depende del lugar. Nosotros utilizamos $g = 9,8 \text{ m/seg}^2$
La gravedad en Bs. As. Es de aproximadamente $9,815 \text{ m/seg}^2$

Por ser un M.R.U.V. las formulas son las siguientes:

$$a = (v_f - v_i) / t \qquad e = v_i \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$$

Como la aceleración es la de la gravedad y no hay velocidad inicial las formulas quedan:

$$g = v_f / t \qquad h = \frac{1}{2} g t^2 \qquad h : \text{altura (En lugar de espacio)}$$

Veamos un ejemplo:

Calcular el tiempo que tarda en caer al piso un cuerpo que se deja caer desde la terraza de una casa a una altura de 12 metros. Calcular también la velocidad con la que cae al piso.

Para calcular el tiempo en caer al piso aplicamos la fórmula: $h = \frac{1}{2} g \cdot t^2$

$$12 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2} \cdot t^2 \Rightarrow \frac{12 \text{ m} \cdot 2 \text{ seg}^2}{9,8 \text{ m}} = t^2 \Rightarrow 2,45 \text{ seg}^2 = t^2 \Rightarrow \boxed{t = 1,56 \text{ seg}}$$

Y para calcular la velocidad con la que llega el piso utilizamos la fórmula: $g = \frac{v_f}{t}$

$$\text{O sea que: } V_f = g \cdot t \Rightarrow V_f = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2} \cdot 1,56 \text{ seg} \Rightarrow \boxed{V_f = 15,33 \frac{\text{m}}{\text{seg}}}$$

TIRO VERTICAL

Se denomina así al movimiento que describe un objeto que se lanza verticalmente hacia arriba. Para que un objeto suba es necesario imprimirle una velocidad, denominada velocidad inicial, la misma va disminuyendo hasta llega a ser cero o nula (**$v_f = 0$**), cuando el cuerpo alcanza lo que se denomina altura máxima.

Se trata de un movimiento rectilíneo uniformemente desacelerado, ya que su dirección es contraria a la dirección de la fuerza de gravedad.

Sus formulas son:

$$-g = (v_f - v_i) / t$$

Tomamos "g" negativa porque la gravedad va en contra del movimiento

$$h = v_i t - \frac{1}{2} g t^2$$

Si no se conoce el tiempo y se quiere averiguar la altura máxima alcanzada por un objeto, a partir de la resolución de un sistema de ecuaciones formado por las anteriores y teniendo en cuenta que $v_f=0$ resulta:

$$-g = \frac{V_f - V_i}{t} \Rightarrow t = \frac{0 - V_i}{-g} \Rightarrow t^2 = \frac{V_i^2}{g^2} \Rightarrow \text{Remplazando entonces } t \text{ y } t^2 \text{ en la fórmula de la altura: } h = V_i \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$h = V_i \cdot \frac{V_i}{g} - \frac{1}{2} g \cdot \frac{V_i^2}{g^2} \Rightarrow h = \frac{V_i^2}{g} - \frac{V_i^2}{2g} \Rightarrow \boxed{h_{MAX} = \frac{V_i^2}{2g}} \Rightarrow \sqrt{2g \cdot h_{MAX}} = V_i$$

Despejando V_i tenemos una fórmula para calcular la Velocidad necesaria para alcanzar ciertas altura.

Veamos algunos ejemplos:

¿Con qué velocidad debo lanzar verticalmente una piedra hacia arriba para que alcance una altura de 20 metros?

En este ejemplo podríamos aplicar directamente la fórmula de V_i en función de la altura máxima:

$$\sqrt{2g \cdot h_{MAX}} = V_i \Rightarrow \sqrt{2 \cdot 9,8 \frac{m}{seg^2} \cdot 20m} = V_i \Rightarrow \sqrt{392 \frac{m^2}{seg^2}} = V_i \Rightarrow V_i = 19,8 \frac{m}{seg}$$

Otro ejemplo: ¿Qué altura alcanza una piedra lanzada verticalmente hacia arriba con una velocidad de 100 km/h?

Lo primero que hago es pasar el dato de velocidad a m/seg.

$$V_i = 100 \frac{km}{h} \cdot \frac{1h}{3600 seg} \cdot \frac{1000m}{1km} = 27,7 \frac{m}{seg}$$

$$\text{Aplico la fórmula de } h_{MAX}: h_{MAX} = \frac{V_i^2}{2g} \Rightarrow h_{MAX} = \frac{\left(27,7 \frac{m}{seg}\right)^2}{2 \cdot 9,8 \frac{m}{seg^2}} \Rightarrow h_{MAX} = \frac{771,6 \frac{m^2}{seg^2}}{19,6 \frac{m}{seg^2}}$$

$$\text{Resolviendo obtengo: } \boxed{h_{MAX} = 39,37 m}$$

Que es la altura que alcanzaría la piedra lanzada a 100 Km/h hacia arriba.



Algunas ideas para resolver problemas: <https://www.youtube.com/watch?v=Dpui7aBR6Ro>

Ejercicio resuelto de caída libre: <https://www.youtube.com/watch?v=4p1y8w5xXUs>

Ejercicio resuelto de tiro vertical: <https://www.youtube.com/watch?v=biLPMzaVVI4>

Bibliografía

- PATRICIA HELLER AND KENNETH HELLER, Cooperative Group Problem Solving in Physics University of Minnesota, <http://groups.physics.umn.edu/physed/Research/CGPS/GreenBook.html>
- Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación. (2007). Nivel secundario para adultos: módulos de enseñanza semipresencial: Física - 1a ed. -Buenos Aires.
- ALONSO, M. y FINN, E. J., 1995. "Física" (Addison-Wesley Iberoamericana, Wilmington,). Cap. 2: Mediciones y unidades.
- BUECHE, F. J., 1995. Física General, 3ª Edición, Mc Graw Hill, México. Cap. 1: Sistemas de medida.
- CASTIGLIONE, PERAZZO, RELA, 1998. Física I. Troquel,
- HEWITT, P. 1999. Física conceptual. Pearson
- RUBINSTEIN, J., 2003. Aprender física: educación secundaria superior [nivel polimodal/medio] Buenos Aires: Lugar Editorial.
- SEARS, F.W.; ZEMANSKY, M.W. 1981. Física General. Aguilar. Madrid.

Enlaces relacionados:

Grupo de Educación en Física de la Universidad de Minnesota:

- <http://groups.physics.umn.edu/physed/>

Páginas web consultadas:

- http://www.iesdmjac.educa.aragon.es/departamentos/fq/temasweb/FQ1BAC/FQ1BAC%20Tema%205%20Dinamica/22_principio_de_accin_y_reaccin.html
- <http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/4esofisicaquimica/>
- <http://www.escriitoscientificos.es/apunfisi/inicio.htm>

Página web sugerida para reforzar y ampliar el tema 4:

- <https://www.fisicapractica.com/>