



**INSTITUTO
BARRANQUERAS**
U.E.G.P N° 161

**Carrera: Tecnicatura Superior en Desarrollo en
Software**

Espacio Curricular: Algebra

Profesora: Melgarejo, Gabriela

Curso: Primer año

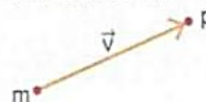
Tema de clase: Vectores

VECTORES

Un **vector** es un segmento orientado que tiene un origen y un extremo.

$\vec{mp}$ es un vector con origen en m y extremo en p .

También se lo puede nombrar con una letra minúscula: $\vec{v}$.



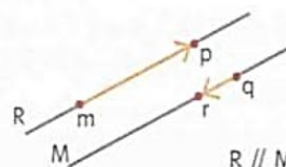
Todo vector está caracterizado por una dirección, un sentido y un módulo.

- La **dirección** de un vector está dada por la recta que lo incluye o **recta sostén**.

Dos vectores tienen la misma dirección cuando se encuentran sobre una misma recta sostén o en rectas paralelas. Si dos vectores se encuentran sobre la misma recta sostén, son **colineales**.

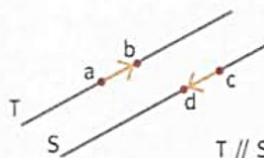
- El **sentido** de un vector está indicado por la orientación de la flecha.
- El **módulo** es la longitud o la medida del vector.

Los vectores $\vec{mp}$ y $\vec{qr}$ tienen la misma dirección, distinto sentido y distinto módulo.



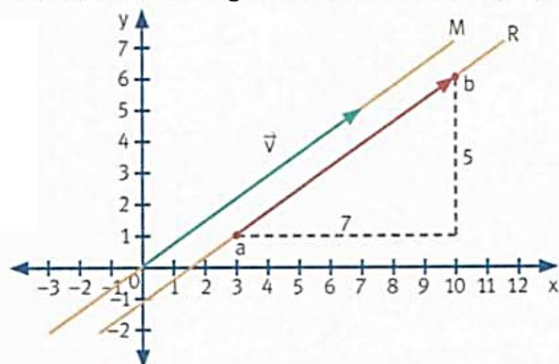
Los vectores que tienen la misma dirección, el mismo sentido y el mismo módulo se llaman **vectores equipolentes**.

Si dos vectores tienen el mismo módulo, la misma dirección, pero sentido contrario, se dice que son **vectores opuestos**.



Vectores referidos al origen de coordenadas

Cuando se representa un vector equipolente a $\vec{ab}$, de forma tal que el origen de este nuevo vector coincide con el origen de coordenadas, se obtiene un **representante canónico**.



$\vec{v}$ es un representante canónico que tiene por componentes (7;5).

$\vec{ab} \uparrow \vec{v}$; se lee: "vector ab equipolente al vector v".

Cuando el origen de un vector es el origen de coordenadas, las coordenadas del punto extremo coinciden con las componentes del vector.

Dado $\vec{ab}$ tal que $a = (x_a; y_a)$ y $b = (x_b; y_b)$, para hallar las componentes del representante canónico se aplica la siguiente fórmula:

$$\vec{ab} \uparrow \vec{v} = (x_b - x_a; y_b - y_a)$$

$$\vec{a} = \vec{b} = (1; -3) \Rightarrow \vec{v} = (1 - 4; -3 - 6) \Rightarrow \vec{v} = (-3; -9)$$

- El **vector nulo** es aquel en el cual coinciden el origen y el extremo.

En símbolos se puede expresar como $\vec{v}_0$ o bien $\vec{0}$.

La representación gráfica de $\vec{v}_0$ es un punto y sus coordenadas, (0;0).

ADICION Y SUSTRACCION DE VECTORES

Los componentes del vector suma o resta son iguales a la suma o a la resta de los componentes de los vectores sumados.

$$\vec{v} = (v_x; v_y) \wedge \vec{w} = (w_x; w_y) \Rightarrow \vec{v} + \vec{w} = (v_x + w_x; v_y + w_y)$$

$$\vec{v} = (v_x; v_y) \wedge \vec{w} = (w_x; w_y) \Rightarrow \vec{v} - \vec{w} = (v_x - w_x; v_y - w_y)$$

Sean: $\vec{v} = (3; 1)$; $\vec{w} = (2; 4)$

a. $\vec{v} + \vec{w} = (3; 1) + (2; 4)$

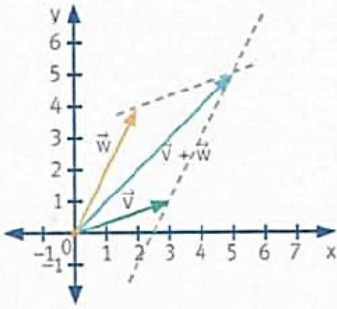
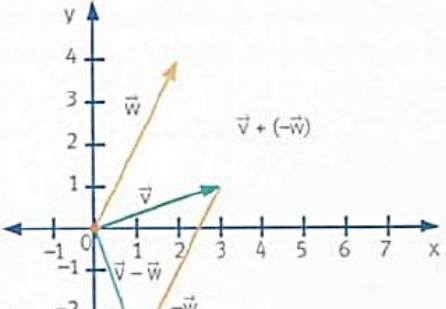
$$\vec{v} + \vec{w} = (3 + 2; 1 + 4) = (5; 5)$$

b. $\vec{v} - \vec{w} = (3; 1) - (2; 4)$

$$\vec{v} - \vec{w} = (3 - 2; 1 - 4) = (1; -3)$$

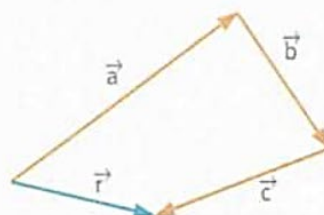
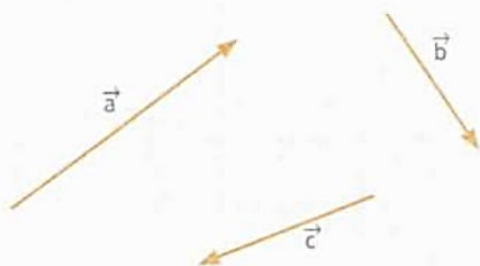
Para **sumar gráficamente**, se debe emplear la regla del paralelogramo o bien la regla de la poligonal. Para **restar gráficamente**, se suma por el opuesto del segundo vector.

3

Regla del paralelogramo	Regla de la poligonal
Se grafican los vectores con el origen en común. Por el extremo de cada uno de ellos se traza una paralela al otro vector, determinando un paralelogramo. La diagonal del paralelogramo, con origen en el origen de los vectores sumados, es el vector suma.	Se grafica un vector y a continuación, desde el extremo de este, se grafica el otro vector, cuidando de mantener la equipolencia. El vector resta es el que queda determinado por el origen del primer vector y el extremo del segundo.
 $(3; 1) + (2; 4) = (5; 5)$	 $(3; 1) - (2; 4) = (1; -3)$

Cuando se tienen que sumar más de dos vectores, conviene utilizar la regla de la poligonal.

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$



PRODUCTO CON VECTORES

PRODUCTO DE UN ESCALAR POR UN VECTOR

El producto de un escalar α por un vector $\vec{v}$ es un vector $\vec{w}$ que cumple con las siguientes condiciones:

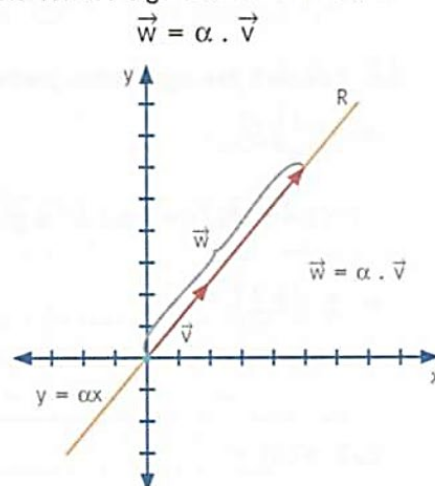
- tiene la misma dirección que $\vec{v}$.
- su módulo es igual a $|\alpha|$ veces el módulo de $\vec{v}$.
- el sentido es el mismo que el de $\vec{v}$ si $\alpha > 0$ y opuesto si $\alpha < 0$.

Cuando un vector $\vec{w}$ puede expresarse como el producto entre un escalar distinto de cero y un vector $\vec{v}$, se dice que los vectores son **linealmente dependientes**.

La dirección de ambos vectores está dada por una recta sostén de ecuación $y = \alpha \cdot x$.

Si $\vec{w} = \alpha \cdot \vec{v}$, entonces $\vec{w}$ y $\vec{v}$ son linealmente dependientes.

En particular, si $\alpha = 0$, lo que se obtiene es el **vector nulo** y si $\alpha = -1$, se obtiene el **vector opuesto**.



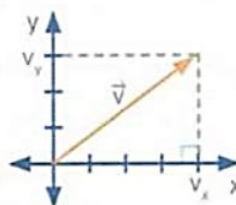
4

MODULO DE UN VECTOR

El **módulo** de un vector se calcula mediante el teorema de Pitágoras.

Como el módulo es la longitud de un segmento, resulta siempre que $|\vec{v}| \geq 0$.

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$



Para un vector $\vec{v} = (4;3)$, su módulo es: $|\vec{v}| = \sqrt{4^2 + 3^2} \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{25} \Rightarrow |\vec{v}| = 5$

El módulo de un vector, dados su origen y su extremo, es: $|\vec{ab}| = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$

PRODUCTO ESCALAR DE DOS VECTORES

El **producto escalar** entre dos vectores da por resultado un número real y se define, en función de sus componentes, como:

$$\vec{v} = (v_x; v_y) \wedge \vec{w} = (w_x; w_y) \Rightarrow \vec{v} \cdot \vec{w} = v_x \cdot w_x + v_y \cdot w_y$$

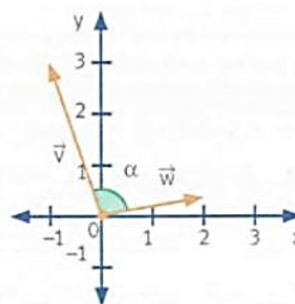
$$\vec{v} = (-1; 3) \wedge \vec{w} = (2; \frac{1}{3}) \Rightarrow \vec{v} \cdot \vec{w} = -1 \cdot 2 + 3 \cdot \frac{1}{3} = -2 + 1 = -1$$

Interpretación geométrica del producto escalar

$$\vec{v} \cdot \vec{w} = |\vec{v}| \cdot |\vec{w}| \cdot \cos \widehat{v \vec{w}}$$

El ángulo determinado por los dos vectores se calcula despejando la fórmula anterior.

$$\widehat{v \vec{w}} = \arccos \frac{\vec{v} \cdot \vec{w}}{|\vec{v}| \cdot |\vec{w}|}$$



VIDEOS PARA REFORZAR LA TEORIA

Vectores Introducción Qué es un vector y sus características

<https://www.youtube.com/watch?v=IrTeyzyerjI&list=PLeySRPnY35dEaZT3iJUNdDkgLEZE5x-Jd&index=1>

Magnitud, Norma o Módulo de un Vector longitud o medida

<https://www.youtube.com/watch?v=KoZ7EhjynOA&list=PLeySRPnY35dEaZT3iJUNdDkgLEZE5x-Jd&index=2>

Componentes rectangulares de un Vector Introducción

https://www.youtube.com/watch?v=W_D7oVa5Tjg&list=PLeySRPnY35dEaZT3iJUNdDkgLEZE5x-Jd&index=3

Representación gráfica de Vectores por componentes

https://www.youtube.com/watch?v=LWky_QWCxJQ&list=PLeySRPnY35dEaZT3iJUNdDkgLEZE5x-Jd&index=4

Representación gráfica de Vectores | Puntos cardinales | Ejemplo 1

<https://www.youtube.com/watch?v=eJyqrR6eBTE&list=PLeySRPnY35dEaZT3iJUNdDkgLEZE5x-Jd&index=7>

Representación gráfica de Vectores | Puntos cardinales | Ejemplo 2

<https://www.youtube.com/watch?v=dtSqFnW7P5U&list=PLeySRPnY35dEaZT3iJUNdDkgLEZE5x-Jd&index=8>

Suma de vectores método gráfico | Ejemplo 1

https://www.youtube.com/watch?v=TWdLKBC_AgA&list=PLeySRPnY35dEaZT3iJUNdDkgLEZE5x-Jd&index=9

Suma de vectores método gráfico | Ejemplo 2

<https://www.youtube.com/watch?v=PD0lpZxaPZs&list=PLeySRPnY35dEaZT3iJUNdDkgLEZE5x-Jd&index=10>

Suma de vectores método gráfico | Ejemplo 3

<https://www.youtube.com/watch?v=WKSEDADCo5M&list=PLeySRPnY35dEaZT3iJUNdDkgLEZE5x-Jd&index=11>



TRABAJO PRACTICO CLASE 8

6

1) Tengan en cuenta los puntos dados y hallen las componentes de los siguientes vectores referidos al origen de coordenadas.

$$a = (3;1)$$

$$b = (-1;1)$$

$$c = (-2;2)$$

$$d = (-3;0)$$

$$e = \left(\frac{1}{2}; -2\right)$$

a. $\vec{ab} \Rightarrow \vec{v}_1 =$

d. $\vec{ec} \Rightarrow \vec{v}_4 =$

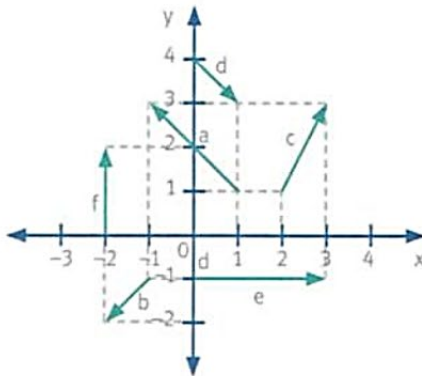
b. $\vec{be} \Rightarrow \vec{v}_2 =$

e. $\vec{ad} \Rightarrow \vec{v}_5 =$

c. $\vec{da} \Rightarrow \vec{v}_3 =$

f. $\vec{dc} \Rightarrow \vec{v}_6 =$

2) Hallen gráficamente el representante canónico de cada uno de los siguientes vectores e indiquen sus componentes. **Podes hacer uno en cada gráfico**



a. $\vec{a} =$

d. $\vec{d} =$

b. $\vec{b} =$

e. $\vec{e} =$

c. $\vec{c} =$

f. $\vec{f} =$

3) Resuelvan.

Sean los vectores: $\vec{v} = (-1;2)$; $\vec{w} = (0;-3)$; $\vec{e} = (1;2)$

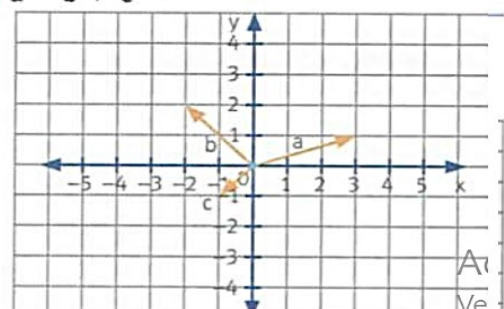
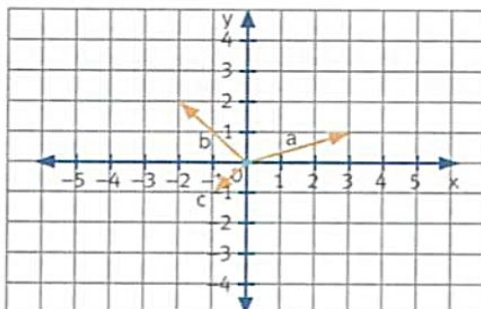
a. $\vec{v} - \vec{w} + \vec{e} =$

b. $\vec{e} - (\vec{w} + \vec{v}) =$

4) Resuelvan gráfica y analíticamente las siguientes operaciones.

a. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} =$

b. $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} =$





5) Calculen los siguientes productos de un escalar por un vector.

a. $-2 \cdot \left(\frac{1}{2}; 0\right) =$

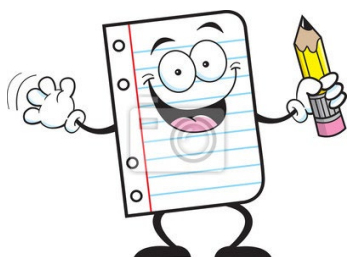
d. $-3 \cdot \left(1; \frac{1}{6}\right) =$

b. $\frac{3}{4} \cdot \left(2; \frac{1}{3}\right) =$

e. $0 \cdot (4; -5) =$

c. $2 \cdot (0; 0) =$

f. $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{8}; \sqrt{0,5}) =$



Una vez terminado el practico arma un archivo Word con el desarrollo o fotos, pero en los dos casos transformarlos en pdf luego subir a la plataforma ELE