

## MEDIDA DE POTENCIA EN TRIFÁSICA

### MÉTODO DE LOS DOS VATÍMETROS

#### 1. Objetivos

- a) Medida de la potencia activa, reactiva y el factor de potencia, en una red trifásica a tres hilos (sin neutro), utilizando el método de los dos vatímetros.
- b) Realizar la medida con un solo vatímetro.

#### 2. Material utilizado

Vatímetro electrodinámico. Alcances 150-300 V, 2,5-5 A. Clase 1.5

Motor trifásico: 220/380 V, 3.2/2.1 A,  $\cos \phi = 0.75$ , 50 Hz, 1 CV, 0.736 Kw, 1450 r.p.m.

Conmutador bipolar, para la medida de potencia con el método de los dos vatímetros.

Fuente de alimentación alterna trifásica de 210 V

#### 3. Medida de la potencia activa

El método de los dos vatímetros (conocido también como Método ARÓN) se utiliza para medir la potencia activa consumida por una carga equilibrada o desequilibrada sin hilo neutro. Las conexiones de los dos vatímetros a la red están representadas en la fig. 1. Las bobinas amperimétricas se introducen en dos fases cualesquiera de la red, y las bobinas voltimétricas se conexionan entre la fase que tiene la bobina amperimétrica correspondiente y la fase restante.

Los vatímetros medirán la siguiente potencia:

$$W_1 \quad \bar{I}_A \quad \bar{V}_{AC}$$

$$W_2 \quad \bar{I}_B \quad \bar{V}_{BC}$$

siendo la potencia total medida la suma de ambas.

$$(1) \quad P = \bar{I}_A \bar{V}_{AC} + \bar{I}_B \bar{V}_{BC} = W_1 + W_2$$

A continuación se demuestra este método para los dos casos que se pueden presentar: si la carga está conectada en estrella o en triángulo.

##### 3.1. Carga en estrella

Suponemos que el receptor está conectado en estrella alimentado por un sistema trifásico de secuencia directa (ABC), como se muestra en la fig. 2.

La potencia activa consumida por la carga será:

$$P = P_A + P_B + P_C$$

$$(2) \quad P = \bar{I}_A \bar{V}_{AN} + \bar{I}_B \bar{V}_{BN} + \bar{I}_C \bar{V}_{CN}$$

Al no existir hilo neutro en el nudo N se cumple

$$\bar{I}_A + \bar{I}_B + \bar{I}_C = 0$$

$$(3) \quad \bar{I}_C = -\bar{I}_A - \bar{I}_B$$

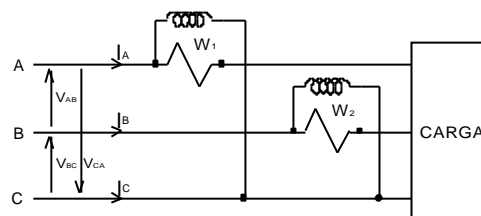


fig. 1

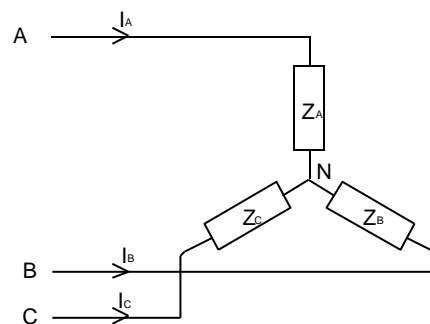


fig. 2

Despejando una cualquiera de las corrientes, por ejemplo  $\bar{I}_C$  y sustituyendo en la ecuación 2, tenemos:

$$P \quad \bar{I}_A \quad \bar{V}_{AN} \quad \bar{I}_B \quad \bar{V}_{BN} \quad \bar{I}_A \quad \bar{I}_B \quad \bar{V}_{CN}$$

$$P \quad \bar{I}_A \quad \bar{V}_{AN} \quad \bar{V}_{CN} \quad \bar{I}_B \quad \bar{V}_{BN} \quad \bar{V}_{CN} \quad \bar{I}_A \quad \bar{V}_{AN} \quad \bar{V}_{NC} \quad \bar{I}_B \quad \bar{V}_{BN} \quad \bar{V}_{NC}$$

$$P \quad \bar{I}_A \quad \bar{V}_{AC} \quad \bar{I}_B \quad \bar{V}_{BC} \quad W_1 \quad W_2$$

Ecuación que coincide con la expresión correspondiente al montaje de dos vatímetros, según el circuito de la fig. 1.

Si en la ecuación 3 se despeja  $\bar{I}_B$  ó  $\bar{I}_A$  se obtienen las siguientes dos ecuaciones correspondientes a dos variantes de conexión con idénticos resultados a la anterior (fig. 3).

$$P \quad \bar{I}_A \quad \bar{V}_{AB} \quad \bar{I}_C \quad \bar{V}_{CB} \quad W_1 \quad W_2$$

$$P \quad \bar{I}_B \quad \bar{V}_{BA} \quad \bar{I}_C \quad \bar{V}_{CA} \quad W_1 \quad W_2$$

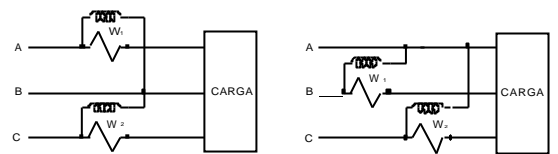


fig. 3

### 3.2. Carga en triángulo

Suponemos que el receptor está conectado en triángulo alimentado por un sistema trifásico de secuencia directa (ABC), como se muestra en la fig. 4.

La potencia activa consumida por la carga será:

$$P \quad P_{AB} \quad P_{BC} \quad P_{CA}$$

$$(4) \quad P \quad \bar{I}_{AB} \quad \bar{V}_{AB} \quad \bar{I}_{BC} \quad \bar{V}_{BC} \quad \bar{I}_{CA} \quad \bar{V}_{CA}$$

En la malla formada por la carga en triángulo se cumple

$$\bar{V}_{AB} \quad \bar{V}_{BC} \quad \bar{V}_{CA} \quad 0$$

$$(5) \quad \bar{V}_{AB} \quad \bar{V}_{BC} \quad \bar{V}_{CA}$$

Despejando una cualquiera de las tensiones, por ejemplo  $\bar{V}_{AB}$  y sustituyendo en la ecuación 4, tenemos:

$$P \quad \bar{I}_{AB} \quad \bar{V}_{BC} \quad \bar{V}_{CA} \quad \bar{I}_{BC} \quad \bar{V}_{BC} \quad \bar{I}_{CA} \quad \bar{V}_{CA}$$

$$(6) \quad P \quad \bar{I}_{CA} \quad \bar{I}_{AB} \quad \bar{V}_{CA} \quad \bar{I}_{BC} \quad \bar{I}_{AB} \quad \bar{V}_{BC}$$

En los puntos A y B se cumple:

$$\text{nudo A:} \quad \bar{I}_A \quad \bar{I}_{AB} \quad \bar{I}_{CA} \quad \bar{I}_{CA} \quad \bar{I}_{AB}$$

$$\text{nudo B:} \quad \bar{I}_B \quad \bar{I}_{BC} \quad \bar{I}_{AB}$$

Sustituyendo en la ecuación 6 tenemos

$$P \quad \bar{I}_A \quad \bar{V}_{CA} \quad \bar{I}_B \quad \bar{V}_{BC}$$

$$P \quad \bar{I}_A \quad \bar{V}_{AC} \quad \bar{I}_B \quad \bar{V}_{BC} \quad W_1 \quad W_2$$

Esta ecuación es idéntica a la obtenida con la carga en estrella, de modo que el método de los dos vatímetros es independiente de la configuración de la carga.

Del mismo modo que con la carga en estrella, si en la ecuación 5 se despeja  $\bar{V}_{BC}$  ó  $\bar{V}_{CA}$  se obtienen sendas ecuaciones correspondientes a otras dos variantes de conexión mostradas en las figura fig. 3.

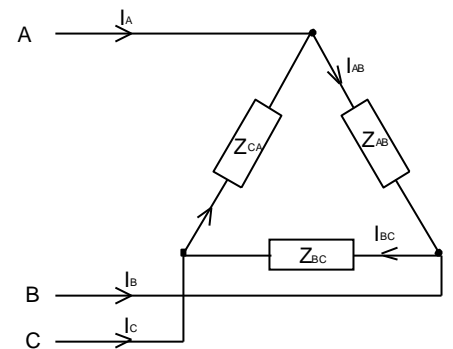


fig. 4

### 3.3. Carga inductiva o capacitiva equilibrada

Se ha demostrado que la suma de las lecturas de los dos vatímetros es la potencia activa absorbida por la carga. La suma de las lecturas de  $W_1$  y  $W_2$ , ha de entenderse en sentido algebraico y por tanto, pueden presentarse los casos que se describen a continuación.

Consideramos la carga en estrella equilibrada de la fig. 2, en la cual, se cumplen las siguientes igualdades y el diagrama vectorial de la fig. 5.

$$Z_A \angle \varphi_1 \quad Z_B \angle \varphi_2 \quad Z_C \angle \varphi_3$$

$$|V_{AB}| \quad |V_{BC}| \quad |V_{CA}| \quad V_L$$

$$|I_A| \quad |I_B| \quad |I_C| \quad I_L$$

$$\varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \varphi_3 \quad \varphi$$

$$|Z_A| \quad |Z_B| \quad |Z_C| \quad Z$$

$$\bar{V}_{AB} \quad V_L \angle 120^\circ \quad \bar{V}_{AN} \quad V_f \angle 90^\circ$$

$$\bar{V}_{BC} \quad V_L \angle 0^\circ \quad \bar{V}_{BN} \quad V_f \angle -30^\circ$$

$$\bar{V}_{CA} \quad V_L \angle -120^\circ \quad \bar{V}_{CN} \quad V_f \angle -150^\circ$$

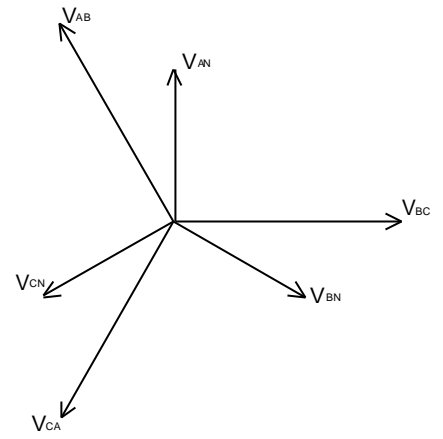


fig. 5

#### 3.3.1. Carga inductiva

Si la carga es inductiva, la corriente por fase va retrasada un ángulo  $\varphi$  con respecto a la tensión por fase, como se muestra en la fig. 6.

La lectura de los vatímetros será

$$W_1 \quad \bar{I}_A \quad \bar{V}_{AC} \quad I_A \quad V_{AC} \quad \cos \varphi$$

$$W_2 \quad \bar{I}_B \quad \bar{V}_{BC} \quad I_B \quad V_{BC} \quad \cos \varphi$$

siendo  $\varphi_1$  y  $\varphi_2$  los ángulos entre los vectores  $I_A$  y  $V_{CA}$ , y  $I_B$  y  $V_{BC}$  respectivamente

$$\varphi_1 \quad 30^\circ \quad \varphi$$

$$\varphi_2 \quad 30^\circ \quad \varphi$$

Las lecturas de los vatímetros queda finalmente como

$$W_1 \quad I_L \quad V_L \quad \cos 30^\circ \quad \varphi$$

$$W_2 \quad I_L \quad V_L \quad \cos 30^\circ \quad \varphi$$

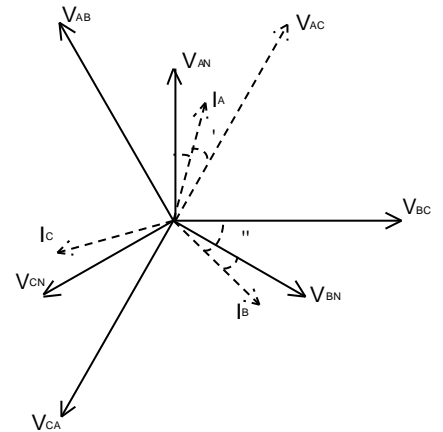


fig. 6

### 3.3.2. Carga capacitiva

Si la carga es capacitiva, la corriente por fase va adelantada un ángulo  $\phi$  con respecto a la tensión por fase, como se muestra en la fig. 7.

La lectura de los vatímetros será

$$W_1 = \bar{I}_A \bar{V}_{AC} = I_A V_{AC} \cos \phi$$

$$W_2 = \bar{I}_B \bar{V}_{BC} = I_B V_{BC} \cos \phi$$

siendo  $\phi$  y  $\phi$  los ángulos entre los vectores  $I_A$  y  $V_{CA}$ , y  $I_B$  y  $V_{BC}$  respectivamente

$$\phi = 30^\circ$$

$$\phi = 30^\circ$$

Las lecturas de los vatímetros queda finalmente como

$$W_1 = I_L V_L \cos 30^\circ$$

$$W_2 = I_L V_L \cos 30^\circ$$

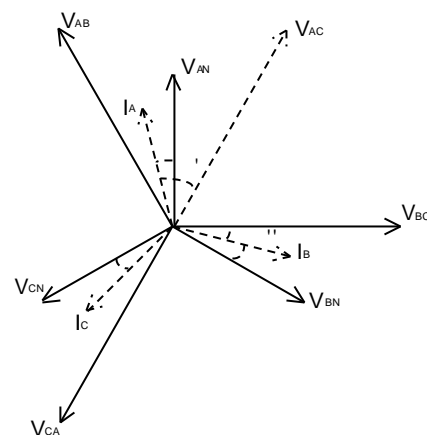


fig. 7

En la siguiente tabla se muestra la variación de la medida en los vatímetros en función del ángulo de fase, para la carga inductiva y la carga capacitiva en un sistema en secuencia directa. En el caso de secuencia inversa la tabla ha de interpretarse intercambiando los valores de las columnas de la carga inductiva y carga capacitiva.

		Carga inductiva		Carga capacitiva	
		$W_1$	$I_L V_L \cos 30^\circ$	$W_1$	$I_L V_L \cos 30^\circ$
		$W_2$	$I_L V_L \cos 30^\circ$	$W_2$	$I_L V_L \cos 30^\circ$
$\phi = 0^\circ$		$W_1$	$W_2$	$W_1$	$W_2$
$\phi = 60^\circ$		$W_1$	0	$W_1$	0
$\phi = 60^\circ$		$W_1$	0	$W_2$	0
$\phi = 60^\circ$		$W_1$	0	$W_1$	0
$\phi = 90^\circ$		$W_1$	0	$W_1$	0
$\phi = 90^\circ$		$W_2$	0	$W_2$	0

Podemos ver que uno de los vatímetros puede indicar una potencia nula o incluso negativa. Como se sabe, los vatímetros solamente tienen un sentido de desviación, por lo que en el último caso, para poder efectuar la lectura, es necesario invertir las conexiones de una de las dos bobinas, la amperimétrica o la voltimétrica. Debido a este inconveniente debe tenerse gran cuidado al conectar los vatímetros a la red.

La potencia final será:

- si los dos vatímetros se desvían en el mismo sentido se deben sumar sus desviaciones.
- si se desvían en sentido contrario, se resta la lectura menor de la mayor.

#### 4. Medida del factor de potencia

Cuando la carga está equilibrada, la lectura de los dos vatímetros permite determinar el factor de potencia de la misma. Considerando las ecuaciones obtenidas en el apartado anterior, para ambos vatímetros, éstas pueden quedar de la siguiente forma

$$W_1 = I_L V_L \cos 30^\circ \cos \phi \quad ? \quad I_L V_L \cos \phi \cos 30^\circ \quad I_L V_L \sin \phi \sin 30^\circ$$

$$W_2 = I_L V_L \cos 30^\circ \cos \phi \quad ? \quad I_L V_L \cos \phi \cos 30^\circ \quad I_L V_L \sin \phi \sin 30^\circ$$

Sumando y restando ambas ecuaciones, se obtiene

$$W_1 + W_2 = 2 I_L V_L \cos 30^\circ \cos \phi \quad \sqrt{3} I_L V_L \cos \phi \quad P$$

$$(7) \quad W_1 - W_2 = 2 I_L V_L \sin 30^\circ \sin \phi \quad I_L V_L \sin \phi \quad \frac{Q}{\sqrt{3}}$$

Dividiendo la segunda por la primera resulta

$$\frac{W_1 - W_2}{W_1 + W_2} = \frac{I_L V_L \sin \phi}{\sqrt{3} I_L V_L \cos \phi} = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{tg} \phi$$

$$\operatorname{tg} \phi = \sqrt{3} \frac{W_1 - W_2}{W_1 + W_2}$$

#### 5. Medida de la potencia reactiva

La potencia reactiva consumida por una carga, equilibrada sin hilo neutro, puede medirse empleando dos vatímetros, conexiados como se indica en la fig. 1. Si la medida de los vatímetros es  $W_1$  y  $W_2$  se demuestra que la potencia reactiva absorbida por la carga es, según la ecuación 7:

$$Q = \sqrt{3} (W_1 - W_2)$$

Habrá que tener en cuenta el carácter algebraico de esta expresión, de tal modo que si  $W_2 < 0$ , se sumará al valor de  $W_1$ .

#### 6. Método de los dos vatímetros, utilizando un solo vatímetro

La medida de potencia con el método de los dos vatímetros se puede hacer utilizando solamente un instrumento, midiendo la potencia en una de las líneas, desconectando la carga y midiendo la potencia en la segunda línea. Este procedimiento no es adecuado ya que en el momento de hacer la conexión de la carga a la red, el instrumento es atravesado por la corriente de arranque de la carga, que en el caso de un motor esta es muy elevada.

Para evitar este inconveniente se utiliza un conmutador bipolar con una conexión especial para el método de los dos vatímetros. Este conmutador permite conectar la carga a la red manteniendo el vatímetro aislado. Al actuar en el conmutador el vatímetro es conectado en una u otra línea sin abrirlas y por tanto sin desconectar la carga.

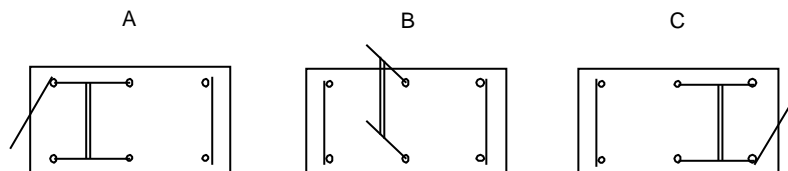


fig. 8

El conmutador se muestra en la fig. 8, el cual puede conmutar en tres posiciones diferentes:

En la posición B la carga está conectada a la red y el vatímetro está aislado.

En la posición A (fig. 9), el circuito amperimétrico del vatímetro se conecta a la línea A en paralelo con el conmutador. Al hacer el enclavamiento final del conmutador en la posición A dicho circuito amperimétrico queda conectado en serie en la línea A, sin dejar de alimentar a la carga. A su vez, el circuito voltimétrico queda conectado entre las líneas A y C.

En la posición C sucede lo mismo que en la posición A pero con respecto a la línea B. El circuito voltimétrico queda conectado entre las líneas B y C.

En el caso de que una de las dos medidas resulte negativa basta con colocar el conmutador en la posición B (vatímetro aislado) e intercambiar en el instrumento las bornas de uno solo de sus circuitos, el voltimétrico o el amperimétrico<sup>1</sup>. No es necesario decir que en este caso dicha medida va precedida del signo negativo al utilizar la expresión del método de los dos vatímetros.

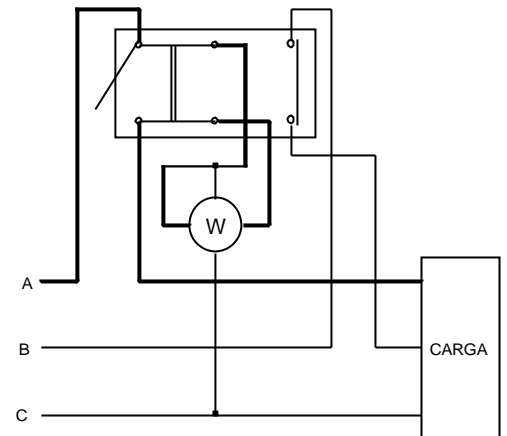


fig. 9

## 7. Procedimiento

- 1) Realizar la medida de la potencia activa consumida por un motor trifásico, utilizando un vatímetro. Indicar las lecturas del instrumento, su constante y el valor resultante de la magnitud medida.
- 2) Con las medidas realizadas calcular el factor de potencia de la carga y la potencia reactiva.
- 3) Conociendo la lectura individual de cada vatímetro y el factor de potencia calculado, indicar si la carga utilizada es capacitiva o inductiva.
- 4) Con los datos obtenidos en la práctica dibujar el diagrama de fasores (tensiones y corrientes) del sistema.

---

<sup>1</sup> Preferiblemente el amperimétrico que está desconectado de la red.