

Introducción a la Potenciación de Números Enteros

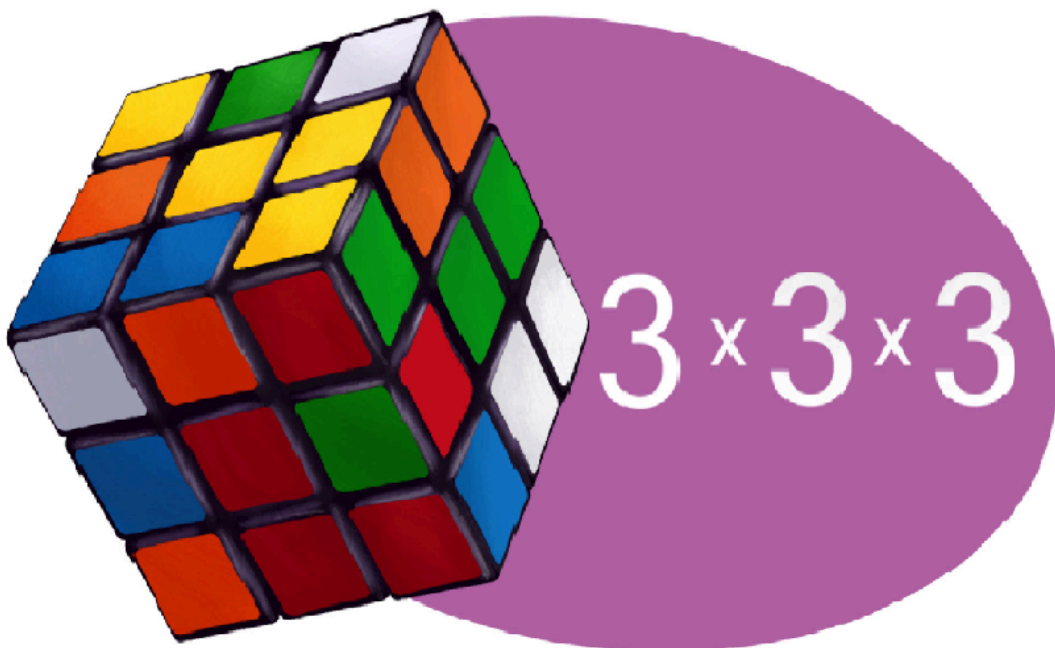
La potenciación es una operación matemática que permite expresar el producto de un número consigo mismo varias veces. Esta operación es fundamental en matemáticas y se utiliza para simplificar cálculos y resolver problemas en áreas como la física, la ingeniería y la informática.

En esta lección aprenderemos los conceptos básicos de la potenciación de números enteros, explorando qué son las potencias, sus componentes (base y exponente) y las reglas clave que permiten trabajar de forma eficiente con potencias. Con una comprensión clara de la potenciación, los estudiantes podrán abordar problemas matemáticos con mayor seguridad y precisión.

Al finalizar la lección, serás capaz de:

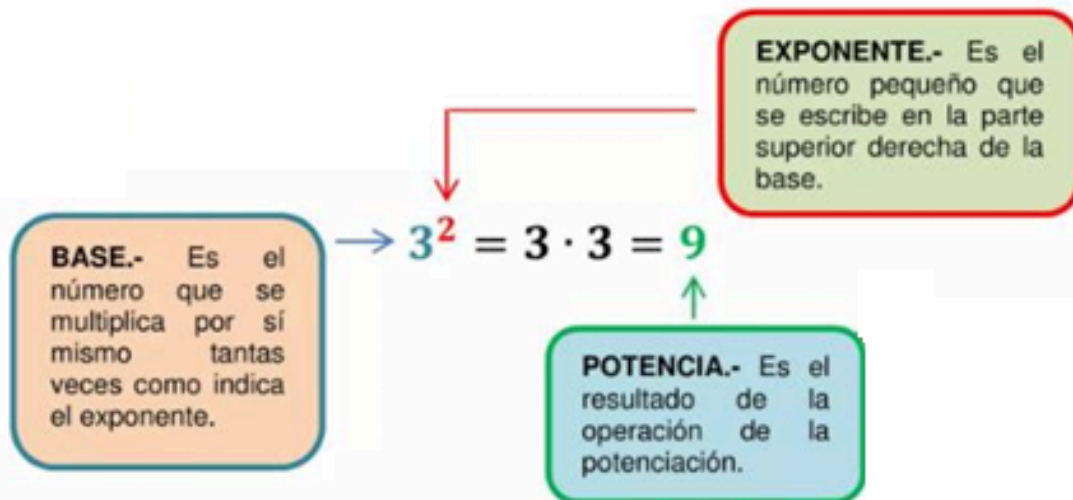
1. Identificar los componentes de una potencia: base y exponente.
2. Aplicar las propiedades de la potenciación en la resolución de problemas, como el producto de potencias de igual base y la potencia de una potencia.
3. Resolver ejercicios básicos y prácticos para consolidar el conocimiento sobre el uso de potencias.

Con esta base, ¡vamos a aprender juntos sobre las potencias y cómo usarlas!



POTENCIACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

DEFINICIÓN. - La potenciación es la operación abreviada de la multiplicación de un número por sí mismo una o varias veces.



¿CÓMO SE LEE UNA POTENCIA?

3^2 = Se lee tres elevado al cuadrado.

5^3 = Se lee cinco elevado al cubo.

6^4 = Se lee seis elevado a la cuarta.

15^5 = Se lee quince elevado a la quinta.

Casos Especiales:

Todo número elevado a 1, es el propio número. **Ejemplo 3:** $5^1 = 5$; $4^1 = 4$; $(-11)^1 = -11$.

El exponente 1 no se escribe (no se pone); por lo tanto todo número que no tiene exponente, se supone que es 1

Todo número (distinto de cero) elevado a 0 es 1. **Ejemplo 4:** $11^0 = 1$; $329^0 = 1$; $-7^0 = 1$

Conclusiones:

– Si la base es positiva, el resultado de la operación siempre es positiva sea cual sea el exponente. (en los números naturales la base siempre es positiva)

– Si la base es negativa, el resultado de la operación depende del exponente:

Si el exponente es par el resultado es positivo (el producto de dos signos negativos da resultado positivo: $(-)(-) = +$

Si el exponente es impar el resultado es negativo.

Para que la base sea negativa tiene que estar entre paréntesis, en cuyo caso también hay que elevar el signo “-”

Ejemplos:

$$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$$

$(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$ (base negativa con exponente impar: por tanto el signo también se multiplica tres veces).

$(-7)^4 = (-7) \cdot (-7) \cdot (-7) \cdot (-7) = 2401$ (base negativa con exponente par: el signo se efectúa 4 veces).

$-3^4 = -3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = -81$ (la base positiva: se eleva sólo la base y el signo se deja como esta)

$(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 81$ (la base negativa y el signo también se eleva).

Propiedades Principales de las Potencias

- Producto de potencias con la misma base: Cuando multiplicamos dos potencias con la misma base, se suman los exponentes.

◦ **Ejemplo:** $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

- Cociente de potencias con la misma base: Al dividir dos potencias con la misma base, se restan los exponentes.

◦ **Ejemplo:** $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, siempre que $a \neq 0$

- Potencia de una potencia: Cuando una potencia se eleva a otro exponente, se multiplican los exponentes.

◦ **Ejemplo:** $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

- Producto de potencias con distinto exponente pero misma base: Si tenemos una multiplicación de distintas bases elevadas al mismo exponente, podemos aplicar el exponente a cada base por separado.

◦ **Ejemplo:** $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

- Cociente de potencias con distinto exponente pero misma base: Para dividir potencias de distintas bases pero con el mismo exponente, aplicamos el exponente a cada base por separado.

◦ **Ejemplo:** $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, con $b \neq 0$

Producto de Potencias de igual base
 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
Ejemplo: $2^3 \cdot 2^5 = 2^8$

SE SUMAN LOS EXPONENTES

Potencia de un Producto
 $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
Ejemplo: $(2 \cdot 3)^5 = 2^5 \cdot 3^5$

SE ELEVAN LOS FACTORES

Cociente de Potencias de igual base
 $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
Ejemplo: $\frac{2^5}{2^3} = 2^2$

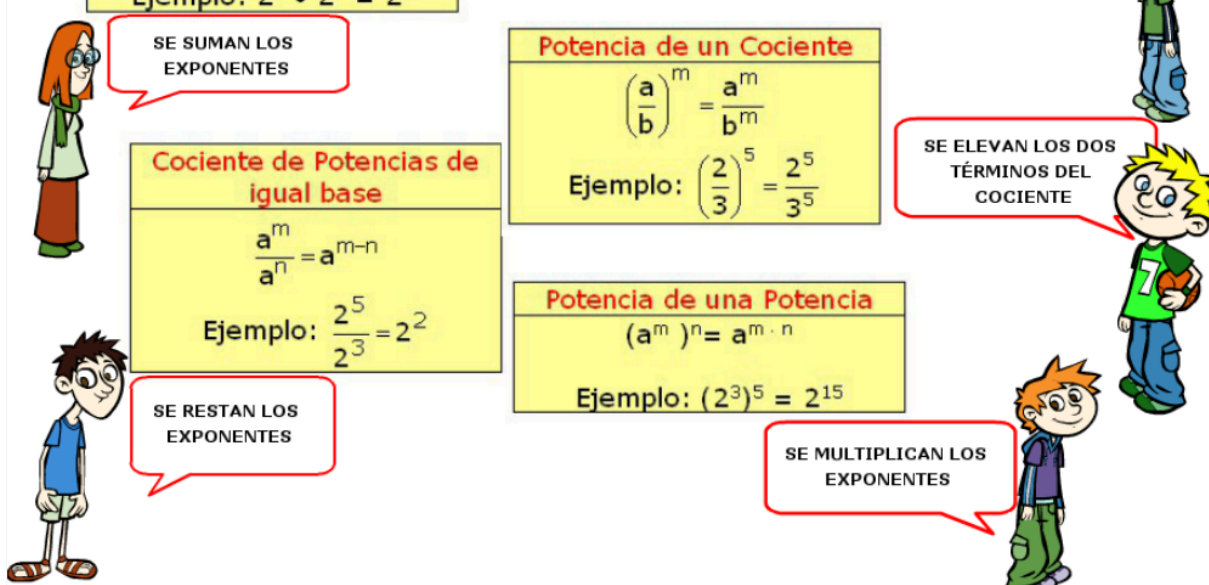
SE RESTAN LOS EXPONENTES

Potencia de un Cociente
 $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$
Ejemplo: $\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^5}{3^5}$

SE ELEVAN LOS DOS TÉRMINOS DEL COCIENTE

Potencia de una Potencia
 $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
Ejemplo: $(2^3)^5 = 2^{15}$

SE MULTIPLICAN LOS EXPONENTES



¡Para leer y recordar!



LA POTENCIACIÓN NO ES DISTRIBUTIVA CON RESPECTO A LA SUMA Y A LA RESTA.

¡Esto significa que si tenemos una operación de suma o de resta no se puede distribuir!

~~$(2 + 6)^2 = 2^2 + 6^2$~~

~~$(8)^2 = 4 + 12$~~

~~$64 = 16$~~

~~$(12 - 4)^2 = 12^2 - 4^2$~~

~~$(8)^2 = 144 - 16$~~

~~$64 = 128$~~

¡COMO NO DA IGUAL NO SE PUEDE DISTRIBUIR!

Actividades

1) Resolver los siguientes ejercicios aplicando las propiedades de las potencias y mencionar cual aplicaron.

Pista: en uno de los ejercicios no se puede aplicar propiedad, pero sí, resolverlo.

a) $(-4)^5 : (-4)^3 =$

b) $(-3)^3 \cdot (-3)^2 =$

c) $(-2)^4 \cdot (-2) =$

d) $(8^6)^2 : (8^3)^3 =$

e) $(+5)^3 \cdot (+5)^1 =$

f) $(15)^7 : (15)^5 =$

g) $(7 \cdot 3)^2 =$

h) $(-8 : 4)^2 =$

i) $(2+5)^3 =$

2) Tener en cuenta las propiedades y marcar con una X las igualdades correctas.

a.	$(5 \times 3)^2 = 5^2 \times 3^2$	☐	e.	$(-5 + 4)^2 = (-5)^2 + 4^2$	☐
b.	$(-5)^2 \times (-5)^3 = (-5)^6$	☐	f.	$[(-5)^4]^0 = 1$	☐
c.	$(-7)^{22} \div (-7)^{20} = (-7)^2$	☐	g.	$[(-2)^4]^2 = (-2)^6$	☐
d.	$(5^8 \times 6^{15}) \div (5^5 \times 6^{13}) = 5^3 \times 6^2$	X	h.	$5^2 \times 2^2 = 10^2$	X

3) Representa con una potencia el área (A) de los siguientes rectángulos.

