

Ejemplo de Inecuación Racional o Fraccionaria

Vista la teoría sobre las inecuaciones racionales, también conocidas como inecuaciones fraccionarias, vamos a explicar paso a paso la resolución de una inecuación racional para que puedas ver un ejemplo:

$$\frac{x+1}{x-5} \geq 0$$

En este caso ya tenemos la fracción algebraica despejada en un miembro de la inecuación, y en el otro miembro solo hay un 0. Por lo que no es necesario hacer ninguna operación previa.

Entonces, tenemos que hallar los **puntos críticos** de la fracción algebraica, o dicho de otra forma, los puntos que anulan el numerador y el denominador. Para ello, igualamos el numerador y el denominador a cero y resolvemos las ecuaciones resultantes:

Puntos críticos del numerador

$$x + 1 = 0$$

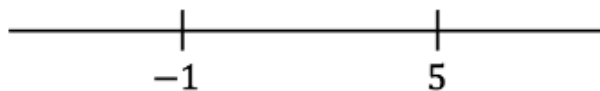
$$x = -1$$

Puntos críticos del denominador

$$x - 5 = 0$$

$$x = 5$$

De modo que hemos obtenido dos puntos críticos de la inecuación racional $x=-1$ y $x=5$. Ahora tenemos que representar dichos puntos en la recta numérica:



Una vez hemos representado en la recta los valores hallados en el paso anterior, debemos comprobar qué tramo cumple con la inecuación. Para ello, cogemos cualquier número de cada tramo, lo sustituimos en la inecuación, y comprobamos si se cumple la desigualdad o no.

Tramo $x < -1$

Evaluamos $x=-2$ en la inecuación:

$$\frac{-2+1}{-2-5} \geq 0$$

$$\frac{-1}{-7} \geq 0$$

$$\frac{1}{7} \geq 0 \quad \checkmark$$

Tramo $-1 < x < 5$

Evaluamos $x = 0$ en la inecuación:

$$\frac{0+1}{0-5} \geq 0$$

$$\frac{1}{-5} \geq 0$$

$$-\frac{1}{5} \not\geq 0 \quad \times$$

Tramo $x > 5$

Evaluamos $x=6$ en la inecuación:

$$\frac{6+1}{6-5} \geq 0$$

$$\frac{7}{1} \geq 0$$

$$7 \geq 0 \quad \checkmark$$

Si un número de un tramo cumple con la desigualdad, significa que todos los números de ese tramo también cumplen con la desigualdad. Por lo tanto, los tramos que cumplen con la inecuación racional son los extremos de la recta:



Como puedes ver, hemos representado el número -1 con un punto cerrado, porque la inecuación tiene el signo $\geq$.

En cambio, el 5 se debe representar con un punto abierto porque es el punto donde se anula el denominador, y los puntos críticos del denominador siempre deben ser abiertos ya que cualquier número dividido entre 0 es una indeterminación.

Finalmente, debemos expresar la solución en forma de intervalo. El intervalo del tramo de la izquierda es $(-\infty, -1]$, y el intervalo del tramo de la derecha corresponde a $(5, +\infty)$. Por lo tanto, la solución de la inecuación racional es:

$$x \in (-\infty, -1] \cup (5, +\infty)$$