

PROPORCIONALIDAD DIRECTA E INVERSA

Dos magnitudes pueden aumentar o disminuir o bien si una de las magnitudes aumenta la otra disminuye y viceversa.

- Si las dos magnitudes aumentan o disminuyen las magnitudes son **directamente proporcionales**.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \Rightarrow x = \frac{b \cdot c}{a}$$

1

Ejemplo

En 50 litros de agua de mar hay 1.300 gramos de sal. ¿Cuántos litros de agua de mar contendrán 5.200 gramos de sal?

Como en doble cantidad de agua de mar habrá doble cantidad de sal; en triple, triple, etc. Las magnitudes cantidad de agua y cantidad de sal son directamente proporcionales.

Si representamos por x el número de litros que contendrá 5200 gramos de sal, y se escribe del siguiente modo:

1300 gramos	50 litros
5200 gramos	x

Se verifica la proporción:

$$\frac{1300}{50} = \frac{5200}{x}$$

como en toda proporción el producto de medios es igual al producto de extremos resulta: $1300 \cdot x = 50 \cdot 5200$, luego

$$x = \frac{50 \cdot 5200}{1300} = 200 \text{ gramos de sal}$$

- Si una magnitud aumenta y la otra disminuye, o viceversa, las magnitudes son **inversamente proporcionales**.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \Rightarrow x = \frac{a \cdot c}{b}$$

Ejemplo

Si 3 hombres necesitan 24 días para hacer un trabajo, ¿cuántos días emplearán 18 hombres para realizar el mismo trabajo?

3 hombres	24 días
18 hombres	x días

$$\frac{3}{18} = \frac{24}{x} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 24}{18} \Rightarrow x = 4 \text{ días}$$

2

O sea que los 18 hombres tardarán 4 días en hacer el trabajo

REGLA DE TRES

Es un procedimiento aritmético que permite el cálculo del valor de una cantidad, mediante una comparación de dos o más magnitudes, que tiene entre si una relación de proporcionalidad.

Magnitud: es todo aquello que se puede medir o comparar. Como por ejemplo el peso, altura... **10 kg** **15 m.** estas dos magnitudes van acompañadas de su respectiva unidad de medida. Estas magnitudes se llaman **magnitudes matemáticas**

Regla de tres simple

Intervienen 3 cantidades conocida o datos y una desconocida o incognita. Esta regla puede ser **directa o inversa**, según las cantidades que intervienen, si son directa o onversamente proporcionales.

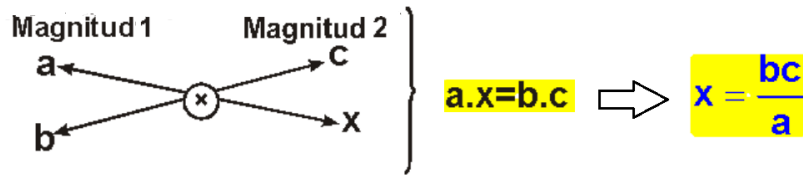
Al plantear los datos conocidos o supuestos, van en la parte superior y los terminos que contienen la incognita en la parte inferior.

Ejemplo:

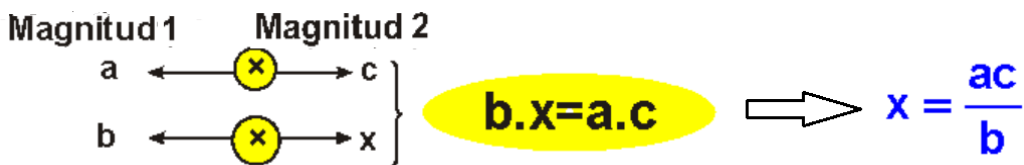
3 lapiceros cuestan \$60 cuanto costaran 12?

3 lapiceros	\$ 60
12 lapiceros	x

- a) Regla de tres simple directa: cuando dos magnitudes son directamente proporcionales entre sí,



b) Regla de tres simple inversa: se utiliza cuando dos magnitudes son inversamente proporcionales entre sí.



PORCENTAJE

¿Qué es el porcentaje y que representa?

En matemática, un porcentaje es una forma numérica de expresar la razón (relación) entre dos cantidades, donde la primera es una parte de la otra fraccionada (dividida) en cien partes iguales. Por supuesto que, para entender este concepto, debemos tener una noción clara de qué es algo dividido en cien partes iguales, no muy fácil de imaginar dado que apenas podemos observar en la cotidianidad cosas divididas en dos, en cuatro o en ocho (el caso de una pizza) por dar algunos ejemplos.

El porcentaje se denota con el signo % y se debe escribir inmediatamente después del número al que se refiere, sin dejar espacio de separación. Por ejemplo: "treinta y tres por ciento" se escribe simbólicamente como 33% y significa 'treinta y tres de cada cien'.

Cuando estamos refiriéndonos a alguna cosa, evento, operación, o conjunto, y lo estamos expresando con números porcentuales, hay ciertas cosas que debemos reconocer:

- ✚ El 100% significa: todo; que algo está completo; totalidad; algo que sucedió todas las veces.
- ✚ El 50% significa: la mitad de las veces, la mitad de las cosas, la mitad de algo.
- ✚ El 0% significa: nada, ningún caso, algo que no ocurrió.

Qué función o utilidad tienen los números porcentuales

Los porcentajes, como tal, solo nos dan la idea de un cuánto es algo en comparación con otro. O sea, podremos saber si es todo, nada, mucho o poco, o muy poco; la mitad, la mayor parte, etc. según de lo que estemos comparando. Nos orientan sobre el comportamiento de un fenómeno, de un conjunto, de un evento que estemos analizando.

El cálculo de ese porcentaje es el que interesa, a fines de poder lograr observar con exactitud lo que representa en relación a las cantidades.

En la vida diaria podemos observar que los porcentajes:

- ✚ Se dan en el momento de administrar medicamentos que muchas veces depende de la edad, peso y talla del paciente. Ya que si no se da de acuerdo a los porcentajes que diagnostica el medico puede ocurrir sucesos negativos en la salud de las personas.
- ✚ Al momento de hacer compras cuando se observan promociones, usualmente los descuentos se hacen en porcentajes y si uno no sabe manejar ese tipo de cálculo puede ser estafado fácilmente.
- ✚ En la revisión del consumo recomendable en alimentos (Un alimento tiene 20 % de sodio y 10 % de carbohidratos y el 20% de Calcio)
- ✚ En el pago de nuestros sueldos, salarios y beneficios laborales, descuentos de seguros, obras sociales, etc. Los cuales se hacen en base a porcentajes establecidos según normas.
- ✚ En pagos de Impuestos establecidos por el gobierno como ejemplo: Impuesto a las ganancias, el IVA, ATP (renta provincial), etc.
- ✚ En pagos de comisiones sobre ventas, de transferencias, honorarios a profesionales.

Porcentaje que representa un número en relación a otro.

Cuando necesitamos asignar un porcentaje a la relación entre dos cantidades, observaremos los ejemplos siguientes:

De la siguiente figura se desea conocer el porcentaje que representa el sector rojo



Identificamos la razón: **2 de 3**

La razón entre dos números cumple con la operación de división entre ellos. Es importante reconocer el orden que se establezca.

Entonces la razón **2 de 3** la podemos expresar matemáticamente como:

$$2 : 3 \text{ ó } \frac{2}{3}$$

Como el porcentaje está en base al 100. Para conocer el mismo, **"a la razón la multiplicamos por 100"** y expresamos su resultado con el símbolo %. Si el valor que brinda la calculadora tiene varios decimales, redondeamos a las centésimas.

$$2 : 3 \times 100 = 66,67\%$$

Si usamos la fracción, el resultado es el mismo

$$\frac{2}{3} \times 100 = 66,67\%$$

Rta: El sector rojo representa el **66,67 %** de la figura

Ahora estamos en condiciones de responder a los casos anteriormente expuestos.

- | | |
|---|--|
| <p>- Identificamos la razón: 7 de 60</p> <p>- Calculamos:</p> $\frac{7}{60} \times 100 = 11,67\%$ <p>a. Respondemos:</p> <p>La 7 naranjas descompuestas representan un 11,67% del total</p> | <p>- Identificamos la razón: 12 de 32</p> <p>- Calculamos:</p> $\frac{12}{32} \times 100 = 37,5\%$ <p>b. Respondemos:</p> <p>Los 12 niños representan un 37,5% del grupo</p> |
|---|--|

2. Cálculo del porcentaje de un número

Calcular un porcentaje de algo es descubrir el valor numérico que representa ese porcentaje en relación con ese número. Es dar respuesta a **¿Cuánto es o cuál es el tanto por ciento de algo?**

Cabe aclarar que hay varios procedimientos para el cálculo del porcentaje. En esta clase utilizaremos uno de ellos, con el propósito de usar en clases siguientes la misma metodología.

Utilizaremos dos ejemplos para determinar el procedimiento

a. ¿Cuánto es el 30% de 1500?

- ✓ Convertimos el valor porcentual en fracción. El denominador siempre es 100

$$30\% = \frac{30}{100}$$

- ✓ Multiplicamos

$$\frac{30}{100} \times 1500 = 450$$

Rta: El 30% de 1500 es 450 o 450 es el 30% de 1500. Cualquiera de estas respuestas es válido

b. ¿Cuál es el 21% de \$5200?

- ✓ Convertimos el valor porcentual en fracción. El denominador siempre es 100

$$21\% = \frac{21}{100}$$

- ✓ Multiplicamos la fracción por el número relacionado y resolvemos

$$\frac{21}{100} \times 5200 = 1092$$

Rta: El 21% de \$5200 es \$1092

Aumento o disminución porcentual de un numero

Cuando hablamos de aumento, incremento, interés, recargo, etc. o disminución, descuento, rebaja, ajuste, etc es otra forma de usar el porcentaje. Para ello debemos interpretar y deducir que porcentaje usaremos para calcular, siendo que en los enunciados no se encuentra explícito.

Utilizaremos dos ejemplos para determinar el procedimiento.

- A)** Calcular el precio final de un producto de valor \$4500 que ha sufrido un incremento del 15%

✓ Interpretamos el enunciado:

Como se habla de incremento tengo que interpretar que el porcentaje de cálculo debe ser superior al 100% (total).

Entonces lo primero es deducir el porcentaje:

$$100\% + 15\% = 115\%$$

Es decir, el precio final es el **115%** del valor inicial

Utilizamos este porcentaje para el cálculo utilizándolo anterior

$$\frac{115}{100} \times 4500 = 5175$$

Rta: El precio final con el incremento del 15% es de \$ 5175

- B)** Si se compra de contado efectivo una computadora personal nos ofrecen un 20% de descuento. ¿Cuál sería el precio a pagar con descuento si el precio de lista de la computadora es de \$32500?

✓ Interpretamos el enunciado:

Como se habla de descuento tengo que interpretar que el porcentaje de cálculo debe ser inferior al 100% (total).

Entonces lo primero es deducir el porcentaje:

$$100\% - 20\% = 80\%$$

Es decir, pagaremos el **80%** del valor inicial

Utilizamos este porcentaje para el cálculo

$$\frac{80}{100} \times 32500 = 26000$$

Rta: El precio a pagar con el descuento del **20%** es de \$ 26000

Valor numérico inicial que ha sido aumentado o disminuido un tanto por ciento.

Este método de cálculo y uso del porcentaje es el proceso inverso del anterior. Es decir que ahora contamos con el valor final que ha sido calculado con un porcentaje de aumento o disminución y necesitamos descubrir cuál era el valor inicial antes de ser aumentado o disminuido.

A) ¿Cuál es el número que aumentando en un 40% resulta ser 32900?

✓ Interpretamos el enunciado:

Como se habla de aumento tengo que interpretar que el porcentaje de cálculo debe ser superior al 100% (total).

Entonces lo primero es deducir el porcentaje:

$$100\% + 40\% = 140\%$$

Es decir, 32900 es el 140% del valor inicial que debemos descubrir

Utilizamos este porcentaje para el cálculo, pero como es un proceso inverso al anterior, la fracción que representa el porcentaje debe ser inversa, o sea darla vuelta y luego calcular.

$$\frac{100}{140} \times 32900 = 23500$$

De esta manera encontramos el valor inicial 23500 que aumentado en un 40% nos da 32900

$$\frac{140}{100} \times 23500 = 32900$$

Rta: El número sin ser aumentado es 23500

B) Se desea calcular el precio de lista de un producto que tiene un valor de \$3750 sabiendo que sufrió un descuento del 25%

✓ Interpretamos el enunciado:

Como se habla de descuento tengo que interpretar que el porcentaje de cálculo debe ser inferior al 100% (total).

Entonces lo primero es deducir el porcentaje:

$$100\% - 25\% = 75\%$$

Es decir, \$3750 es el 75% del valor inicial que debemos descubrir

Utilizamos este porcentaje para el cálculo, pero como es un proceso, la fracción que representa el porcentaje debe ser inversa, o sea darla vuelta y luego calcular.

$$\frac{100}{75} \times 3750 = 5000$$

De esta manera encontramos el valor inicial \$5000 que disminuido en un 25% nos da 3750

Podemos verificar si es que hay dudas:

$$\frac{75}{100} \times 5000 = 3750$$

Rta: El precio de lista del producto sin descuento es de **\$5000**

Resolución de situaciones problemáticas

Para resolver correctamente una situación que proponga el uso o cálculo de porcentajes, debemos:

- ✓ Leer detenidamente el enunciado. A veces es necesario más de una vez
- ✓ Identificar los datos brindados y la consigna.
- ✓ Deducir que procedimiento de cálculo se debe realizar. Si es el 1, el 2, el 3 o el 4 o una combinación de estos.
- ✓ Plantear las operaciones, resolver y verificar el cálculo si es necesario
- ✓ Responder la consigna

TRABAJO PRACTICO N° 1

A) Plantear y resolver los siguientes problemas

- 1) Tres obreros descargan un camión en dos horas. ¿Cuánto tardarán dos obreros?
- 2) Una máquina embotelladora llena 240 botellas en 20 minutos. ¿Cuántas botellas llenará en hora y media?
- 3) Un camión que carga 3 toneladas necesita 15 viajes para transportar cierta cantidad de arena. ¿Cuántos viajes necesitará para hacer transportar la misma arena un camión que carga 5 toneladas?
- 4) Un ganadero tiene 20 vacas y pienso para alimentarlas durante 30 días. ¿Cuánto tiempo le durará el pienso si se mueren 5 vacas?
- 5) En un campamento de 25 niños hay provisiones para 30 días. ¿Para cuántos días habrá comida si se incorporan 5 niños a la acampada?
- 6) Un taller de ebanistería, si trabaja 8 horas diarias, puede servir un pedido en 6 días. ¿Cuántas horas diarias deberá trabajar para servir el pedido en 3 días?
- 7) 5 obreros hacen una pared en 15 días. ¿Cuánto tardarán 3 obreros en hacer la misma pared?
- 8) Un coche gasta 5 litros de gasolina cada 100 km. ¿Cuántos km. recorrerá con 20 litros?

- 9) Un granjero tiene pienso para alimentar a sus 12 vacas durante 45 días. Si compra 3 vacas más, ¿Cuánto le durará el pienso?
- 10) 4 albañiles tardan en arreglarme el tejado 18 días. Si quiero acabar el tejado en 12 días, ¿Cuántos albañiles tengo que contratar?

B) Responder

- 1) ¿Qué cantidad es el 20% de 1531.2?
- 2) ¿150 es el 20% de qué cantidad?
- 3) ¿El X% de 7,350 es igual a 1,874.25?.

C) Calcula los siguientes porcentajes:

- 1) 30% de 600
- 2) 45% de 81
- 3) 50% de 340
- 4) 25% de 48

D) Plantear y resolver los siguientes problemas

- 1) Una tienda pone una oferta con una rebaja del 15 %. Si un televisor está marcado en \$19000, ¿Qué rebaja me harán? ¿Cuánto voy a pagar por el televisor?
- 2) El gasto de electricidad de este mes es de \$1900. Al recibir la factura tengo que pagar además el 18 % de IVA. ¿Cuál es el costo total de la factura?
- 3) Un pueblo tenía el año pasado 3.000 habitantes y este año tiene 3.150. ¿Qué tanto % ha aumentado la población?
- 4) Una familia compra un frigorífico que cuesta 840 € pagando una entrada del 30 % al contado y el resto en 6 mensualidades. ¿Cuál es el importe de cada mensualidad?
- 5) Compré directamente a la fábrica placas solares para calentar el agua. Su precio está marcado en 3.850 €. Como compro

directamente en la fábrica me rebajan el 40 %, y cuando ya tengo el precio rebajado al hacerme la factura tengo que pagar el 18 % de IVA. ¿Cuánto me cuestan al final las placas solares?

- 6) Si vendiera el 36% de televisores me quedarían 2640, ¿Cuántos televisores tengo en total? **R: 4125**
- 7) Julián vende un artefacto eléctrico en \$792 perdiendo el 12 % del costo. ¿En cuánto debería haberlo vendido para ganar el 8% del costo? **R:\$972**
- 8) El 25% del 50% de una cantidad es? **R: 12,5%**
- 9) El 150% del 50% es lo mismo que... **R: 75%**
- 10) En un parque infantil hay 125 bolas. Calcular el porcentaje de bolas de cada color : Rojas: 40 ,Verdes: 10, Naranjas: 25, Azules: 20, Rosas: 30