



**INSTITUTO  
BARRANQUERAS**  
U.E.G.P N° 161

**Carrera: Tecnicatura Superior en Desarrollo en  
Software**

**Espacio Curricular: Análisis Matemático**

**Profesora: Melgarejo Gabriela**

**Curso: Segundo año**

**Tema: Funciones**

Seguimos transitando el primer eje temático de la Unidad Curricular.  
Les dejo unos consejitos para poder optimizar el tiempo en este proceso de Aprendizaje:

- ▲ Realizar una primera lectura general.
- ▲ Volver a releer y anotar las dudas y luego enfocarme en esas dudas.
- ▲ Mirar los videos sugeridos

## Función Polinómica

2

Una función de la forma  $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ , siendo  $n$  un número natural y  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1, a_0$ , números reales, es una **función polinómica**.

- Si  $a_n \neq 0$ , entonces la función es de grado  $n$ .
- El **dominio** de las funciones polinómicas es el conjunto de los números reales ( $\mathbb{R}$ ).
- Las funciones polinómicas son **continuas**.
- El **orden de multiplicidad** de una raíz es el número de veces que esa raíz se repite como tal.

$$f(x) = 5x^4 \cdot (x+1)^3 \cdot (x-2) = 5x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot (x+1) \cdot (x+1) \cdot (x+1) \cdot (x-2)$$

$$x_1 = 0 \rightarrow x_1 \text{ tiene orden de multiplicidad } 4.$$

$$x_2 = -1 \rightarrow x_2 \text{ tiene orden de multiplicidad } 3.$$

$$x_3 = 2 \rightarrow x_3 \text{ tiene orden de multiplicidad } 1.$$

El **conjunto de positividad** ( $C^+$ ) de una función polinómica está formado por todos los valores del dominio para los cuales la función es positiva.

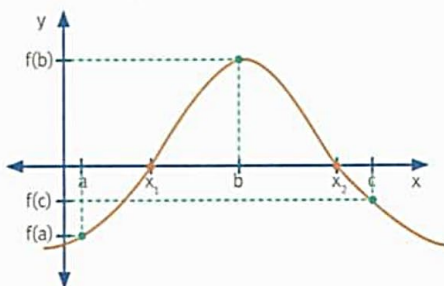
$$C^+: x \in D_f \wedge f(x) > 0$$

El **conjunto de negatividad** ( $C^-$ ) de una función polinómica está formado por todos los valores del dominio para los cuales la función es negativa.

$$C^-: x \in D_f \wedge f(x) < 0$$

### Teorema de Bolzano

Si una función  $f(x)$  es continua en un intervalo de su dominio, y tiene distinto signo en los extremos del mismo, entonces la función tiene por lo menos una raíz real en ese intervalo.



$$\begin{aligned} f(a) < 0 \wedge f(b) > 0 &\Rightarrow f(x_1) = 0 \wedge x_1 \in (a;b) \\ f(b) > 0 \wedge f(c) < 0 &\Rightarrow f(x_2) = 0 \wedge x_2 \in (b;c) \end{aligned}$$

Usando el teorema de Bolzano, determinen si la siguiente función tiene al menos una raíz en el intervalo  $(-5;2)$ .

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$$

$$f(-5) = (-5)^3 + 3(-5)^2 - (-5) - 3$$

$$f(-5) = -125 + 3 \cdot (25) + 5 - 3$$

$$f(-5) = -125 + 75 + 5 - 3$$

$$f(-5) = -48$$

$$f(2) = (2)^3 + 3(2)^2 - (2) - 3$$

$$f(2) = 8 + 3 \cdot (4) - 2 - 3$$

$$f(2) = 8 + 12 - 2 - 3$$

$$f(2) = 15$$

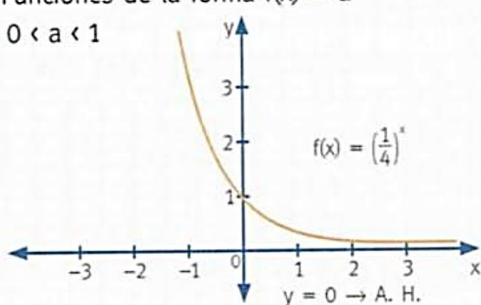
$$f(-5) < 0 \wedge f(2) > 0 \Rightarrow f(x_1) = 0 \wedge x_1 \in (-5; 2)$$

## Función exponencial

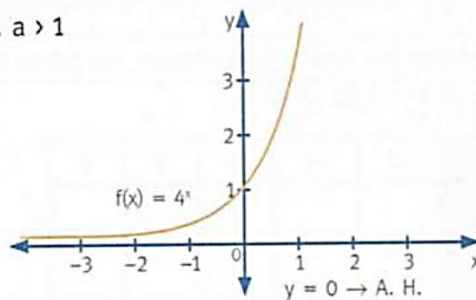
Se denomina **función exponencial** a toda función de la forma  $f(x) = k \cdot a^{x-b} + c$   $\wedge a > 0 \wedge a \neq 1$ .

- Funciones de la forma  $f(x) = a^x$

1.  $0 < a < 1$



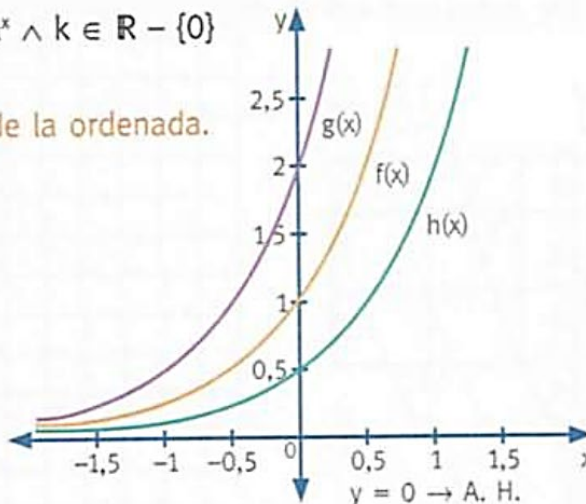
2.  $a > 1$



- Funciones de la forma  $f(x) = k \cdot a^x$   $\wedge k \in \mathbb{R} - \{0\}$

"k" modifica el valor de la ordenada.

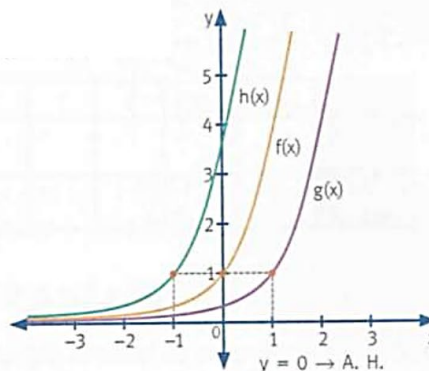
| $f(x) = k \cdot 4^x$   | k   |
|------------------------|-----|
| $f(x) = 1 \cdot 4^x$   | 1   |
| $g(x) = 2 \cdot 4^x$   | 2   |
| $h(x) = 0,5 \cdot 4^x$ | 0,5 |



- Funciones de la forma  $f(x) = k \cdot a^{x-b}$

"b" indica el corrimiento sobre el eje x.

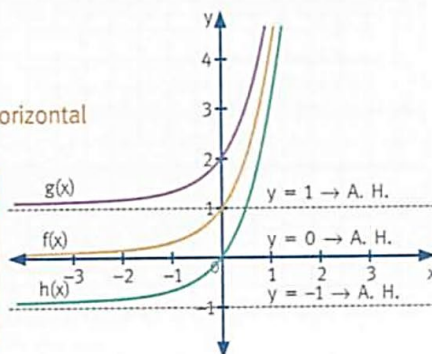
| $f(x) = 4^{x-b}$ | b  | Corrimiento          |
|------------------|----|----------------------|
| $f(x) = 4^x$     | 0  | No presenta          |
| $g(x) = 4^{x-1}$ | 1  | 1 hacia la derecha   |
| $h(x) = 4^{x+1}$ | -1 | 1 hacia la izquierda |



- Funciones de la forma  $f(x) = a^x + c \wedge c \in \mathbb{R}$

"c" indica el corrimiento sobre el eje y, es decir, la asíntota horizontal

| $f(x) = 4^x + c$ | c  | Corrimiento      | A. H.    |
|------------------|----|------------------|----------|
| $f(x) = 4^x$     | 0  | No tiene.        | $y = 0$  |
| $g(x) = 4^x + 1$ | 1  | Hacia arriba, 1. | $y = 1$  |
| $h(x) = 4^x - 1$ | -1 | Hacia abajo, 1.  | $y = -1$ |



## Función Logarítmica

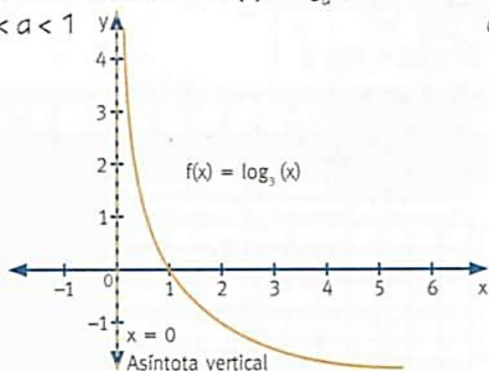
Se define **función logarítmica** de base  $a$ , a toda función de la forma:

$$f(x) = \log_a(x - b) + c \Leftrightarrow a > 0 \wedge a \neq 1 \wedge x - b > 0 \wedge b \in \mathbb{R} \wedge c \in \mathbb{R}$$

La función logarítmica es la inversa de la función exponencial, así:  $f(x) = y = \log_a x \Leftrightarrow a^y = x$

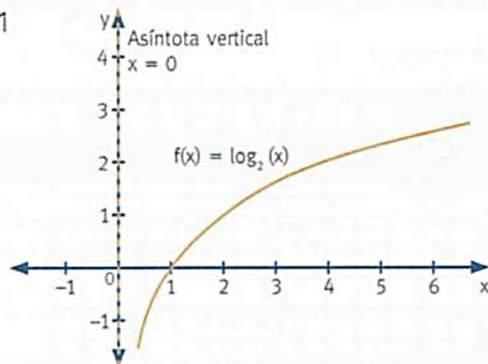
- Funciones de la forma  $f(x) = \log_a x$

$$0 < a < 1$$



$$D_f = (0; +\infty)$$

$$a > 1$$

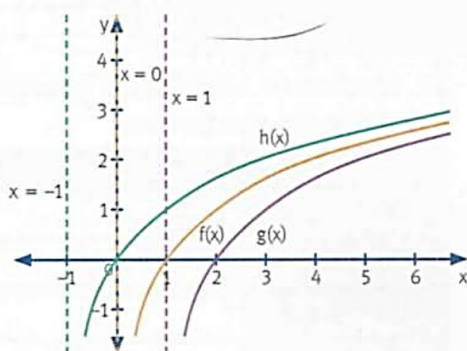


$$D_f = (0; +\infty)$$

- Funciones de la forma  $f(x) = \log_a(x - b) \wedge b \in \mathbb{R}$

"b" indica el corrimiento sobre el eje x, es decir, la asíntota vertical.

| $f(x) = \log_a(x - b)$ | b  | Corrimiento          | Domínio         |
|------------------------|----|----------------------|-----------------|
| $f(x) = \log_2 x$      | 0  | No presenta          | $(0; +\infty)$  |
| $g(x) = \log_2(x - 1)$ | 1  | 1 hacia la derecha   | $(1; +\infty)$  |
| $h(x) = \log_2(x + 1)$ | -1 | 1 hacia la izquierda | $(-1; +\infty)$ |

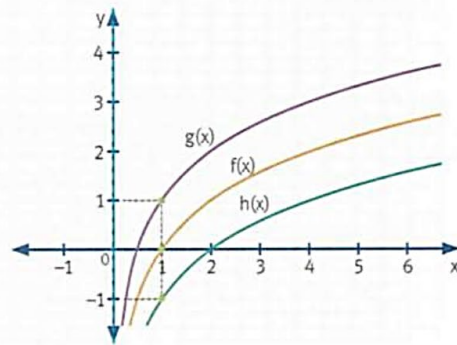




• Funciones de la forma  $f(x) = \log_a(x) + c \wedge c \in \mathbb{R}$

"c" indica el corrimiento sobre el eje y.

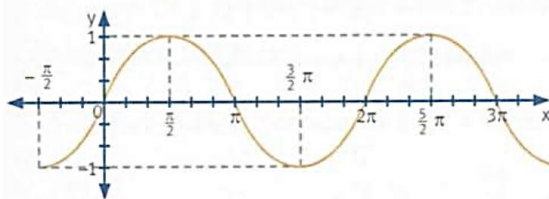
| $f(x) = \log_a(x - b)$ | b  | Corrimiento    | Domínio        |
|------------------------|----|----------------|----------------|
| $f(x) = \log_2 x$      | 0  | No presenta    | $(0; +\infty)$ |
| $g(x) = \log_2(x) + 1$ | 1  | 1 hacia arriba | $(0; +\infty)$ |
| $h(x) = \log_2(x) - 1$ | -1 | 1 hacia abajo  | $(0; +\infty)$ |



## Funciones Trigonométricas

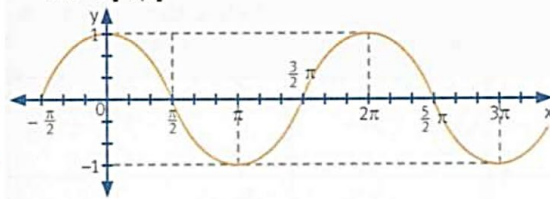
1.  $f(x) = \sin x$

$f: \mathbb{R} \rightarrow [-1; 1]$



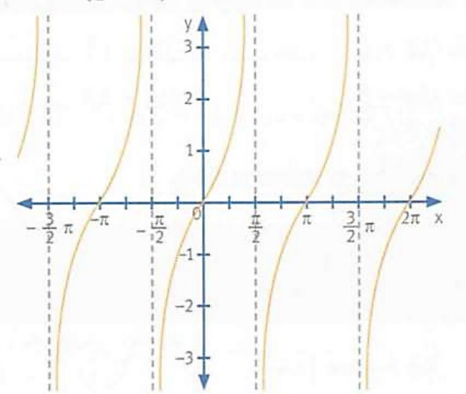
2.  $f(x) = \cos x$

$f: \mathbb{R} \rightarrow [-1; 1]$



3.  $f(x) = \tan x$

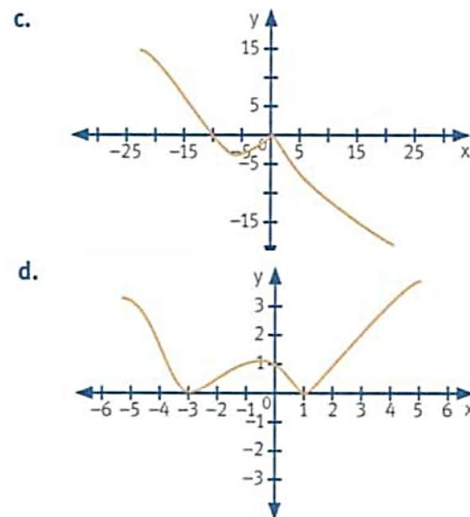
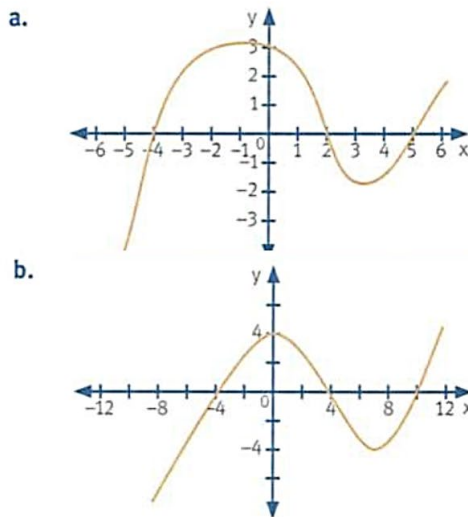
$f: \mathbb{R} \rightarrow \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\} \wedge k \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$





## TRABAJO PRACTICO CLASE N° 4

1) Indiquen los intervalos de positividad y de negatividad para cada uno de los siguientes gráficos.



6

2) Grafiquen de manera aproximada las siguientes funciones polinómicas. Indiquen en cada caso: ordenada al origen, raíces, orden de multiplicidad, conjunto de positividad y negatividad.

a.  $f(x) = x^4 + 3x^3 - 10x^2$

c.  $f(x) = x^3 + 3x^2$

b.  $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$

d.  $f(x) = x^3 - 3x + 2$

3) Completen las tablas y grafiquen los pares de funciones en un mismo sistema de ejes cartesianos.

a.  $f_1(x) = 3^x$  y  $f_2(x) = -3^x$

| x        | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|----------|----|----|---|---|---|
| $f_1(x)$ |    |    |   |   |   |
| $f_2(x)$ |    |    |   |   |   |

b.  $g_1(x) = 2^x$  y  $g_2(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

| x        | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|----------|----|----|---|---|---|
| $g_1(x)$ |    |    |   |   |   |
| $g_2(x)$ |    |    |   |   |   |

c.  $h_1(x) = 4^x$  y  $h_2(x) = -\left(\frac{1}{4}\right)^x$

| x        | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|----------|----|----|---|---|---|
| $h_1(x)$ |    |    |   |   |   |
| $h_2(x)$ |    |    |   |   |   |

4) Completen las tablas y grafiquen las siguientes funciones logarítmicas.

a.  $f(x) = \log_3 x$

| x    | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{3}$ | 1 | 3 | 9 |
|------|---------------|---------------|---|---|---|
| f(x) |               |               |   |   |   |

b.  $g(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$

| x    | $\frac{1}{16}$ | $\frac{1}{4}$ | 1 | 4 | 16 |
|------|----------------|---------------|---|---|----|
| g(x) |                |               |   |   |    |



Una vez terminado el practico arma un archivo Word con el desarrollo o fotos, pero en los dos casos transformarlos en pdf luego subir a la plataforma ELE