



**INSTITUTO
BARRANQUERAS**
U.E.G.P N° 161

**Carrera: Tecnicatura Superior en Desarrollo en
Software**

Espacio Curricular: Algebra

Profesora: Melgarejo, Gabriela

Curso: Primer año

Tema de clase: MATRICES: OPERACIONES

Seguimos transitando el eje temático 2 de la Unidad Curricular.

Les dejo unos consejitos para poder optimizar el tiempo en este proceso de Aprendizaje:

- ▲ Realizar una primera lectura general.
- ▲ Volver a releer y anotar las dudas y luego enfocarme en esas dudas.
- ▲ Mirar los videos sugeridos

2

OPERACIONES CON MATRICES.

Sea $M_{m \times n}$ el conjunto de las matrices de orden $m \times n$ con elementos reales

➤ IGUALDAD DE MATRICES

Decimos que dos matrices del mismo orden $A = \{a_{ij}\}$, $B = \{b_{ij}\}$ son iguales si

$$a_{ij} = b_{ij} \quad \forall i, j \in \mathbb{N}$$

Es decir, tienen todos los elementos iguales y en el mismo orden.

➤ SUMA Y DIFERENCIA DE MATRICES

Dadas dos matrices

$$A = (a_{ij}) \text{ y } B = (b_{ij})$$

de la misma dimensión, se define $A \pm B$ como la matriz $C = \{c_{ij}\}$ tal que:

$$c_{ij} = a_{ij} \pm b_{ij}$$

Para realizar estas operaciones, las matrices deben ser del mismo orden y el resultado es una matriz de ese mismo orden.

Ejemplo:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$
$$A + B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & -1 \\ 6 & 0 \end{pmatrix} \quad A - B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Propiedades de la suma

1) Asociativa: $A + (B + C) = (A + B) + C$

2) Conmutativa: $A + B = B + A$

3) Elemento neutro o nulo: $A + 0 = 0 + A = A$

4) Elemento simétrico u opuesto: Dada una matriz A se define la matriz opuesta (-A) como aquella que se obtiene de A cambiando el signo a todos sus elementos y se verifica que

$$A + (-A) = (-A) + A = 0.$$

Dos matrices son opuestas cuando su suma es la matriz nula.

Esta última propiedad nos permite definir la DIFERENCIA de matrices de la siguiente manera: Dadas dos matrices A $(a)_{ij}$ y B $(b)_{ij}$ de igual dimensión, se define la diferencia A-B como $A - B = A + (-B)$ y su término general será.

$$d_{ij} = a_{ij} - b_{ij}.$$

IMPORTANTE: La suma y diferencia de matrices no se puede definir si sus dimensiones son distintas.

➤ PRODUCTO DE UN ESCALAR POR UNA MATRIZ

Dada una matriz A $(a)_{ij}$ y un número real k, se define el producto $k \times A$ como otra matriz B de igual dimensión que A y cuyo término general nos viene dado por

$$b_{ij} = k \cdot a_{ij}$$

Esto nos quiere decir que para multiplicar un número por una matriz se multiplican todos y cada uno de los elementos de la matriz por dicho número.

Ejemplo

$$5 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \cdot 1 & 5 \cdot (-1) & 5 \cdot 0 \\ 5 \cdot 2 & 5 \cdot 1 & 5 \cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -5 & 0 \\ 10 & 5 & 15 \end{pmatrix}$$

1) Distributiva para la suma de matrices:

$$k \times (A + B) = k \times A + k \times B$$

2) Distributiva para la suma de números reales:

$$(k + h) \times A = k \times A + h \times A$$

3) Asociativa respecto del producto por escalares:

$$k \times (h \times A) = (k \times h) \times A$$

4) Conmutativa: $k \times A = A \times k$

5) Elemento neutro: $1 \times A = A$ (El 1 es el elemento unidad de los números reales).

➤ PRODUCTO DE MATRICES

Dadas dos matrices cualesquiera $A_{m \times n}$ y $B_{n \times p}$ compatibles para el producto, es decir, tales que el número de columnas de A coincide con el número de filas de B, se define el producto de $A \times B$ como otra matriz C que tiene tantas filas como A y columnas como B, siendo su elemento c_{ij} el resultado de sumar los productos de los elementos de la fila i de A por los de la columna j de B:

$$C = A \cdot B = \{c_{ij}\} / c_{ij} = \sum_k a_{ik} \cdot b_{kj} \quad \forall i, \forall j$$

4

Ejemplo:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 1 + 3 \cdot (-1) + 1 \cdot (-2) & 2 \cdot 0 + 3 \cdot 2 + 1 \cdot 3 \\ 0 \cdot 1 + (-1) \cdot (-1) + (-2) \cdot (-2) & 0 \cdot 0 + (-1) \cdot 2 + (-2) \cdot 3 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{matrix} 2 \times 3 & 3 \times 2 & & 2 \times 2 \\ & & & \end{matrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -3 & 9 \\ 5 & -8 \end{pmatrix}$$

Otro ejemplo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad B = (1 \quad 2 \quad 3), \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot (1 \quad 2 \quad 3) = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 & 1 \cdot 2 & 1 \cdot 3 \\ 2 \cdot 1 & 2 \cdot 2 & 2 \cdot 3 \\ 3 \cdot 1 & 3 \cdot 2 & 3 \cdot 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} 3 \times 1 & 1 \times 3 & & 3 \times 3 \\ & & & \end{matrix}$$

$$B \cdot A = (1 \quad 2 \quad 3) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = (1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3) = (14)$$

$$\begin{matrix} 1 \times 3 & 3 \times 1 & & 1 \times 1 \\ & & & \end{matrix}$$

Los productos A.C, C.A, B.C, C.B no son compatibles y no se puede realizar el producto.

Propiedades del producto de matrices

1) Asociativa:

$$A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$$

2) Distributiva respecto a la suma de matrices:

$$A \times (B + C) = A \times B + A \times C$$

$$(B + C) \times A = B \times A + C \times A$$

3) El producto de matrices no siempre es conmutativo:

$$A \times B \neq B \times A$$

- ✚ Cuando dos matrices verifican que $A \times B = B \times A$ se dicen conmutativas
- ✚ Es condición obligada, aunque no suficiente que las matrices sean cuadradas para que conmuten.
- ✚ Cuando dos matrices verifican $A \times B \neq B \times A$ se dicen anticonmutativas.

4) El producto de matrices tiene divisores de cero:

$$\text{Si } A \times B = O \text{ no necesariamente } A = O \text{ o } B = O$$

Ejemplo:

$$\text{Dadas las matrices } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \neq O \text{ y } B = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \neq O$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O$$

5) El producto de matrices no verifica la propiedad de simplificación:

6) Si $A \times B = A \times C$ no necesariamente $B = C$

Ejemplo: $A \times B = A \times C$ $B \neq C$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = C$$

VIDEOS SUGERIDOS PARA REFORZAR LA TEORIA

Suma de matrices

<https://www.youtube.com/watch?v=S89lkpvajyU&list=PLeYSRPnY35dEr2XewNdOjOl7Ft0tLIKI&index=6>

Resta de matrices

<https://www.youtube.com/watch?v=TFNhQq8wxmY&list=PLeYSRPnY35dEr2XewNdOjOl7Ft0tLIKI&index=7>



Producto de una matriz por un escalar o real

<https://www.youtube.com/watch?v=-ArUqjhQIBM&list=PLeYSRPnY35dEr2XewNdOjOl7Ft0tLIKI&index=8>

Multiplicación de matrices Producto de matrices

<https://www.youtube.com/watch?v=Tjrm3HsqBXE&list=PLeYSRPnY35dEr2XewNdOjOl7Ft0tLIKI&index=9>

Multiplicación de matrices - Producto de matrices 2x2

<https://www.youtube.com/watch?v=uH8TOZ8rLZE&list=PLeYSRPnY35dEr2XewNdOjOl7Ft0tLIKI&index=10>

Multiplicación de matrices - Producto de matrices 3x3

https://www.youtube.com/watch?v=hfztTmIU_w&list=PLeYSRPnY35dEr2XewNdOjOl7Ft0tLIKI&index=11

Matrices equivalentes

<https://www.youtube.com/watch?v=c0JXSEkwuBU&list=PLeYSRPnY35dEr2XewNdOjOl7Ft0tLIKI&index=13>

TRABAJO DE CLASE N° 4

1) Dadas las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 18 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 10 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 19 & 2 \end{pmatrix}$$

- a) $A \cdot B =$
- b) $B^t \cdot A^t =$
- c) $2A + A =$
- d) $(A + C)^2 =$
- e) $A^2 + 2A \cdot C + C^2 =$
- f) $(A - B) \cdot (-2) =$

2) Según las siguientes matrices encontrar

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 14 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 8 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 2 & 15 & 2 \end{pmatrix}$$



- a) $-3A^t =$
- b) $(-A)^2 =$
- c) $-C^2 =$
- d) $-(B^t)^2 =$

3) Verificar si se cumplen las propiedades:

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

a) $(A+B)^t = A^t + B^t$

b) $(A.B)^t = B^t . A^t$



Una vez terminado el practico arma un archivo Word con el desarrollo o fotos, pero en los dos casos transformarlos en pdf luego subir a la plataforma ELE