



**INSTITUTO
BARRANQUERAS**
U.E.G.P N° 161

**Carrera: Tecnicatura Superior en Desarrollo en
Software**

Espacio Curricular: Algebra

Profesora: Melgarejo, Gabriela

Curso: Primer año

Tema de clase: MATRICES

Empezamos a transitar el eje temático 2 de la Unidad Curricular.

Les dejo unos consejitos para poder optimizar el tiempo en este proceso de Aprendizaje:

- ▲ Realizar una primera lectura general.
- ▲ Volver a releer y anotar las dudas y luego enfocarme en esas dudas.
- ▲ Mirar los videos sugeridos

MATRICES

2

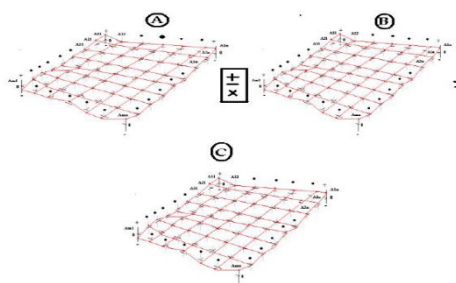
INTRODUCCIÓN

Las matrices aparecieron por primera vez hacia el año 1.850 introducidas por el inglés James Joseph Silvertón. El desarrollo de la teoría se debe al matemático y astrónomo irlandés Hamilton en 1.853 y al inglés Cayley. Este último introdujo la notación matricial para un sistema lineal de ecuaciones.

Además de su utilidad para estudiar sistemas aparecen de forma natural en geometría, estadística, economía, etc.

La utilización de las matrices constituye una parte esencial en los lenguajes de programación ya que la mayoría de los datos se introducen en los ordenadores en tablas organizadas en filas y columnas.

Una matriz es una tabla bidimensional de números en cantidades abstractas que pueden sumarse y multiplicarse.



DEFINICION

Una matriz es una tabla cuadrada o rectangular de datos (llamados elementos) ordenados en filas y columnas, donde una fila es cada una de las líneas horizontales de la matriz y una columna es cada una de las líneas verticales. A una matriz con m filas y n columnas se le denomina matriz m-por-n (escrito $m \times n$), y a m y n dimensiones de la matriz.

$$A = \underbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}}_{\text{Columnas de la matriz A}} \left. \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix} \right\} \text{Filas de la matriz A}$$

4

3

- Al elemento de una matriz que se encuentra en la fila i-ésima y la columna j-ésima se le llama elemento $a_{i,j}$ o elemento (i,j)-iésimo de la matriz. Se vuelve a poner primero las filas y después las columnas.
- Abreviadamente se puede expresar $A = (a_{ij})$ Cada elemento de la matriz lleva dos subíndices.
- El primero de ellos "i", indica la fila en la que se encuentra el elemento, y el segundo, "j", la columna.

Ejemplos

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} \sqrt{6} & -4 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & -4 & 0 \\ -1 & \frac{1}{5} & \sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- A tiene 2 filas y 2 columnas, diremos que su tamaño es (2x2).
- B tiene 2 filas y 3 columnas, diremos que su tamaño es (2x3).
- C tiene 4 filas y 3 columnas, diremos que su tamaño es (4x3).

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 4 \\ 3/4 & -1 & -1/3 & 2 \\ 0 & 5 & 2/5 & -2 \end{pmatrix}$$

Es una matriz que tiene tres filas y cuatro columnas: $m = 3$ y $n = 4$.

Una matriz de n filas y m columnas se dice que es una matriz de orden $n \times m$ y se representa por $A_{n \times m}$ siendo n el n° de filas y m el n° de columnas. **$A_{m \times n} = (a_{ij})$**

DIMENSIÓN DE UNA MATRIZ: es el número $m \times n$ de elementos que tiene; bien claro que, no será igual una matriz $m \times n$ que una matriz $n \times m$, aunque tengan igual dimensión:

$$A_{2 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 2 \\ -3 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Orden 2×3 , dimensión 6

$$A_{3 \times 2} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -4 & 0 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Orden 3×2 , dimensión 6

4

TIPOS DE MATRICES

Dependiendo de la forma que tengan las matrices o como son sus elementos, podemos distinguir

➤ **MATRIZ NULA**

Se llama matriz nula a la que tiene todos los elementos cero

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

➤ **MATRIZ FILA**

Se llama matriz fila a la que sólo tiene una fila, es decir su dimensión es $(1 \times n)$.

$$(a_{11} \ a_{12} \ \dots \ a_{1m})$$

➤ **MATRIZ COLUMNA**

Se llama matriz columna a la que sólo consta de una columna, es decir su dimensión será $(m \times 1)$

$$\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{pmatrix}$$

➤ MATRIZ RECTANGULAR

Matriz rectangular, matriz en la que $m \neq n$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

5

Ejemplos:

$$A_{2 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A_{4 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 0 & 7 & 4 \\ 3 & 8 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

➤ MATRIZ CUADRADA

La matriz cuadrada es la que tiene igual número de filas que de columnas $m = n$:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Ejemplos:

$$A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \quad A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

En una matriz cuadrada $m \times m$ se llama diagonal principal a la línea formada por los elementos cuyos subíndices de fila y columna coinciden: $a_{11}, a_{22}, a_{33}, \dots, a_{nn}$.

Se llama *triángulo superior* al formado por los elementos a_{ij} situados por encima de la diagonal principal.

Se llama *triángulo inferior* al formado por los elementos a_{ij} situados por debajo de la diagonal principal.

$$A = \{a_{ij}\} = \begin{pmatrix} * & \Delta & \Delta & \Delta \\ \nabla & * & \Delta & \Delta \\ \nabla & \nabla & * & \Delta \\ \nabla & \nabla & \nabla & * \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} \Delta &= \text{Triángulo superior} \\ * &= \text{diagonal principal} \\ \nabla &= \text{Triángulo inferior} \end{aligned}$$

6

Se llama traza en una matriz cuadrada, a la suma de los elementos de la diagonal principal:

$$\text{Tr}(A) = \sum_{i=1}^n a_{ii}$$

- Matiz triangular: matriz cuadrada que tiene un triángulo superior (matriz triangular inferior) o inferior (matriz triangular superior) nulo.

$$M_{\text{inferior}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & -3 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad M_{\text{superior}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & -3 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Matiz estrictamente triangular: es una matriz triangular cuya diagonal principal es nula

$$\text{Triangular superior} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \quad \text{Triangular inferior} \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

- Matriz diagonal: es aquella matriz cuadrada que es triangular superior e inferior a la vez.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

- Matriz escalar: es una matriz diagonal cuyos elementos son todos iguales.

$$\begin{pmatrix} a & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & a \end{pmatrix}$$

- Matriz identidad o unidad es una matriz escalar con los elementos de la diagonal principal iguales a 1. La más usual de estas matrices escalares es la matriz identidad (unidad)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

- MATRIZ SIMÉTRICA: es una matriz cuadrada que coincide con su traspuesta, es decir,

$$A = A^t \Rightarrow a_{ij} = a_{ji} \quad \forall i, j$$

- MATRIZ ANTISIMÉTRICA: es una matriz cuadrada que coincide con la opuesta de su traspuesta, es decir

$$A = -A^t \Rightarrow a_{ij} = -a_{ji} \quad \forall i, j$$

- MATRIZ TRASPUESTA: Dada una matriz A se llama traspuesta de A y se representa por A^t , a la matriz que se obtiene de A cambiando filas por columnas o viceversa.

$$\text{Si } A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -1 & 5 & 7 \end{pmatrix} \Rightarrow A^t = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 5 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$$

Es evidente que si A es de dimensión $m \times n$, A^t es de dimensión $n \times m$.



PROPIEDADES ESPECIALES DE MATRIZ TRASPUESTA

- $(A^t)^t = A \implies$ La traspuesta de la traspuesta de A es la misma matriz A
- $(k.A)^t = k. A^t \implies$ La traspuesta del producto de una matriz por un escalar, es igual al producto de la traspuesta de la matriz por el escalar.
- $(A+B)^t = A^t + B^t \implies$ La traspuesta de una suma de matrices es la suma de las traspuestas de dichas matrices.
- $(A.B)^t = B^t . A^t \implies$ La traspuesta de un producto de matrices es el producto de las traspuestas de dichas matrices, con el orden invertido.

- **MATRIZ COMPLEJA:** sus elementos son números complejos

$$a_{ij} \in \mathbb{C}$$

VIDEOS SUGERIDOS PARA REFORZAR LA TEORIA

Qué es una matriz Sistemas de ecuaciones

<https://www.youtube.com/watch?v=RJ96S2Pt3qU&list=PLeYSRPnY35dEr2XewNdOjOI7Ft0tLIKI>

Matrices Introducción Conceptos básicos

<https://www.youtube.com/watch?v=m6w5vLA3Lnw&list=PLeYSRPnY35dEr2XewNdOjOI7Ft0tLIKI&index=2>

Tipos de matrices

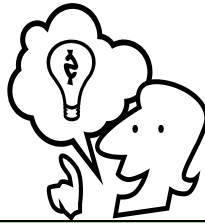
<https://www.youtube.com/watch?v=GyrQmbxk7ds&list=PLeYSRPnY35dEr2XewNdOjOI7Ft0tLIKI&index=3>

Matrices cuadradas Clasificación

<https://www.youtube.com/watch?v=qHJcD2a1Qwo&list=PLeYSRPnY35dEr2XewNdOjOI7Ft0tLIKI&index=4>

Matriz traspuesta

<https://www.youtube.com/watch?v=aTsgBk34zyY&list=PLeYSRPnY35dEr2XewNdOjOI7Ft0tLIKI&index=5>



TRABAJO DE CLASE N° 3

Dar ejemplos de cada uno de los tipos de matrices



Una vez terminado el practico arma un archivo Word con el desarrollo o fotos, pero en los dos casos transformarlos en pdf luego subir a la plataforma ELE