

Barranqueras, 25 de junio de 2021

Establecimiento:

E.E.T N^o 2 “Gral. San Martín”

Espacio curricular:

MATEMÁTICA

Profesor: ROJAS, César Ariel

Cursos:

1^{ro} 1^{ra} Electrónica

1^{ro} 2^{da} Electromecánica

1^{ro} 3^{ra} Construcciones

AÑO: 2021

CUESTIONES A TENER EN CUENTA PARA LA PRESENTACIÓN DEL TRABAJO

1- Primera hoja:

- Carátula con el nombre de la asignatura:
- Nombre del alumno:
- Año y división que cursa:
- Nombre del profesor:

Esta clase está compuesta por teoría escrita, ejemplos y contenido audio visual, deben transcribir todo a la carpeta y resolver las actividades que se encuentran bajo el título→**Trabajo práctico N° 4: Gráfico de la función Cuadrática**

2- CRITERIOS DE PRESENTACION DEL TRABAJO:

- El trabajo debe tener CARÁTULA, y los EJERCICIOS RESUELTOS, con los cálculos auxiliares.
- Las hojas deben estar enumeradas de La forma x de y.
- Las fotos de la resolución de los ejercicios y de los cálculos auxiliares deben estar pegados en un documento de **WORD**.
- Abrir el correo y completara la sección ASUNTOS con la siguiente información: Apellidos y Nombres (completos), año que cursa, especialidad, nombre del trabajo práctico.
- Adjuntar el archivo correspondiente al Trabajo Práctico N°6.
- Enviar al correo: cesar_rojas1974@yahoo.com.ar
- FECHA DE PRESENTACIÓN: 05 de julio**

CLASE N° 6

Unidad N° 2: Funciones Cuadráticas

A la función polinómica de segundo grado $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$, siendo **a**, **b**, **c** números reales y $a \neq 0$, se la denomina **función cuadrática**.

Los términos de la función reciben los siguientes nombres:

$$y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

Término cuadrático Término lineal Término independiente

a= término cuadrático (es el número que multiplica a x^2)

b= término lineal (es el número que multiplica a x)

c= término independiente (es el número que no está relacionado con la variable x).

La **representación gráfica** de una función cuadrática es una **parábola**.

Orientación de la parábola según el signo de “a”

Según el signo del **término cuadrático** la parábola puede tener los “brazos” hacia arriba o hacia abajo.

-Sí $a > 0 \rightarrow$ la parábola tiene los brazos hacia arriba.

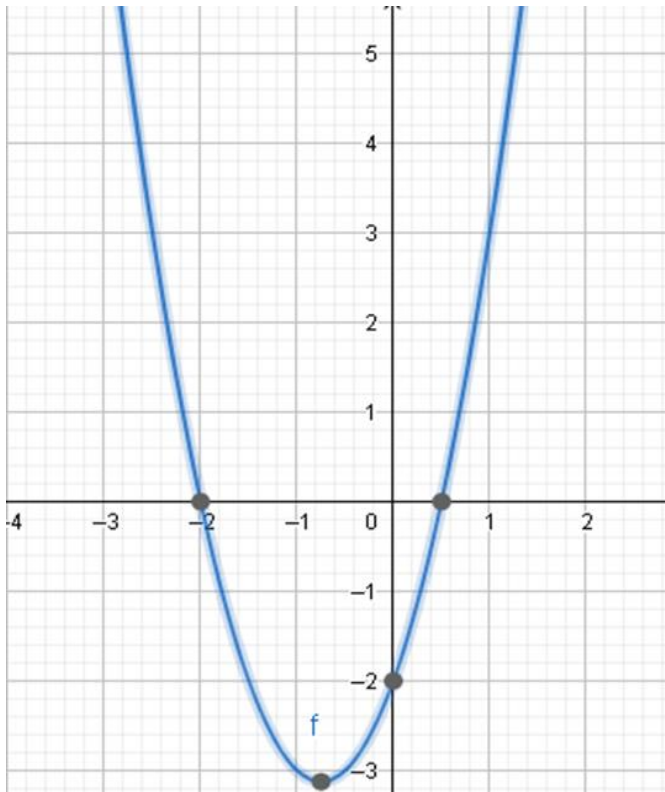


Gráfico de la función:

$$y = 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x - 2$$

a (**término cuadrático**) = 2 $\rightarrow a > 0$

b (**término lineal**) = 3

c (**Término independiente**) = -2

-Sí $a < 0 \rightarrow$ la parábola tiene los brazos hacia abajo.

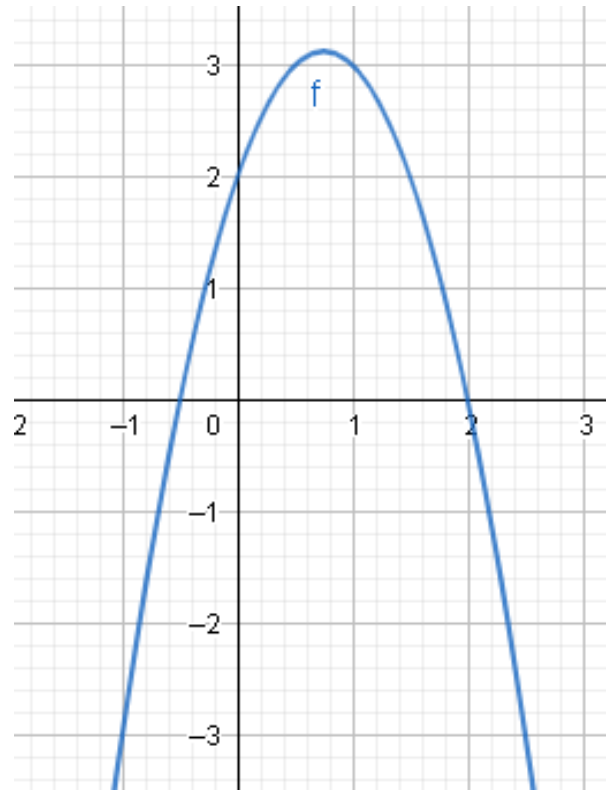


Gráfico de la función:

$$y = -2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 2$$

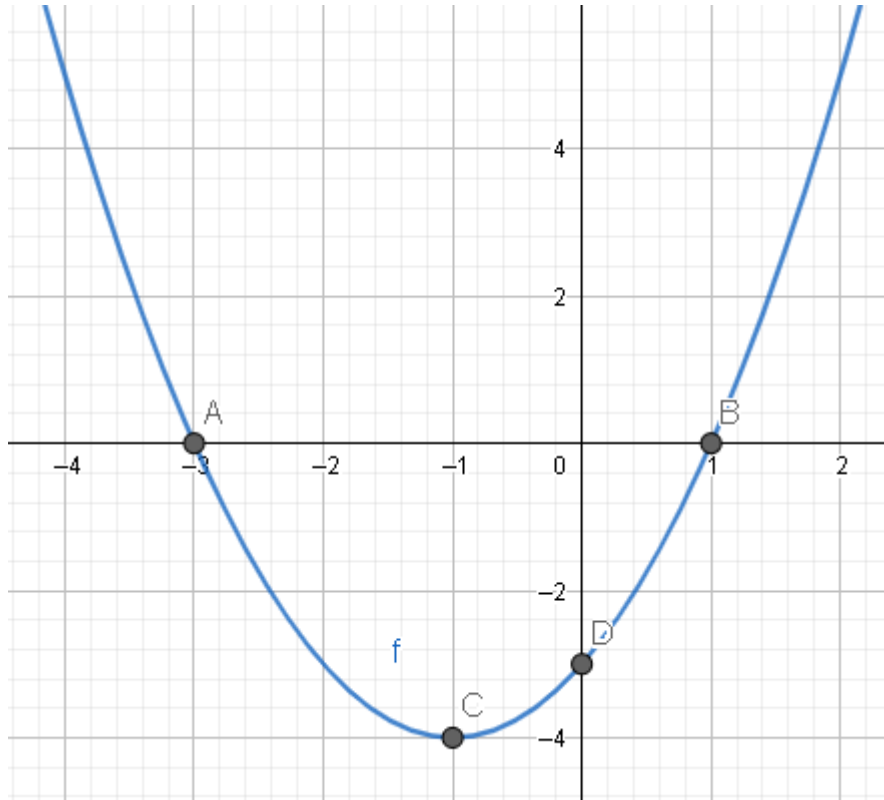
a (**término cuadrático**) = -2 $\rightarrow a < 0$

b (**término lineal**) = 3

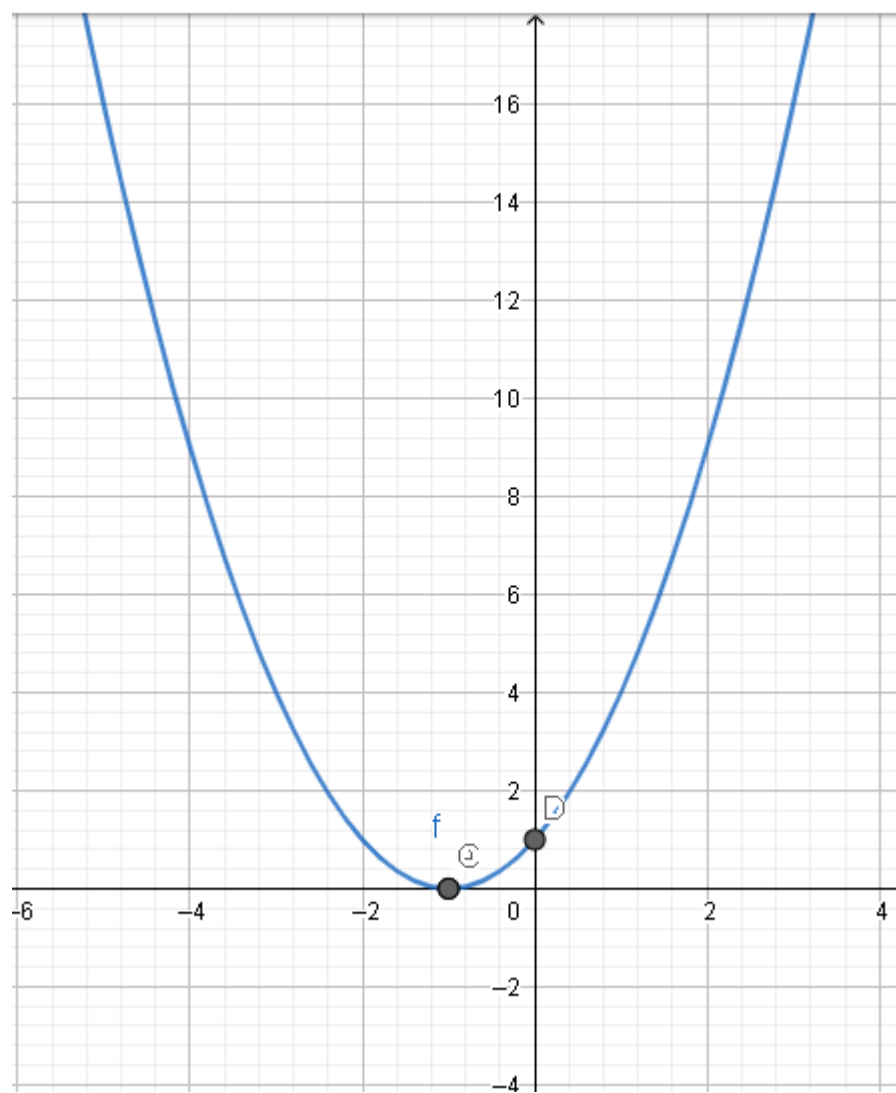
c (**Término independiente**) = 2

Posiciones relativas de la parábola respecto del eje de las abscisas

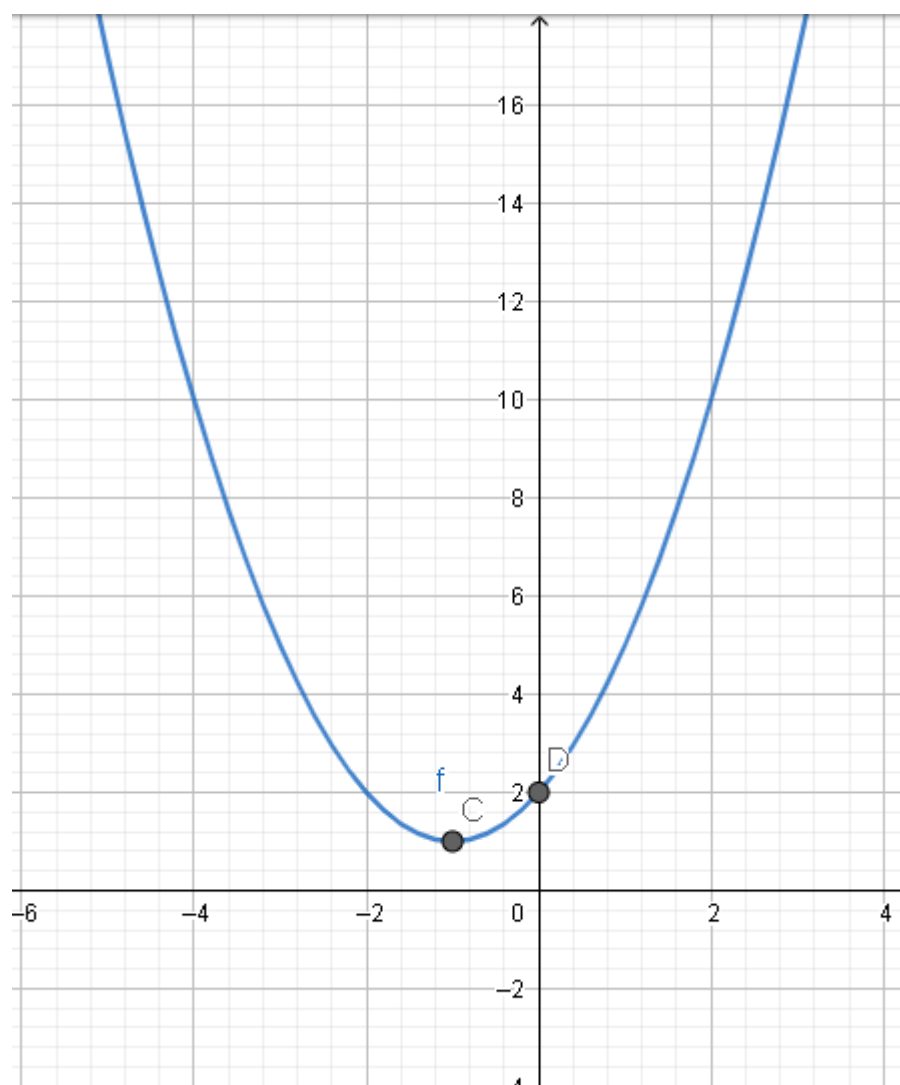
La parábola puede cortar al eje x en dos puntos, en un punto o puede ocurrir que no corte al eje x .



a) La parábola tiene **dos puntos de intersección** con el eje x .



b) La parábola tiene **un punto de intersección** con el eje x.



c) La gráfica **no tiene puntos de intersección** con el eje x.

GRÁFICA DE LA PARÁBOLA

Para realizar el gráfico de una parábola, $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$, se deben calcular los elementos de la misma y luego representarla.

-Raíces de la parábola.

Son los puntos de **intersección** de la **gráfica** y el **eje x**, esto implica igualar la función a cero $\rightarrow f(x)=0$.

-Vértice de la parábola.

El vértice es un punto muy importante en la parábola.

A partir de ese punto la parábola pasa de ser creciente a decreciente (en este caso el vértice es un MÁXIMO) o pasa de ser decreciente a creciente (en este caso el vértice es un MÍNIMO).

Para calcular la **abscisa¹ del vértice** hay dos fórmulas:

$$x_v = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

o

$$x_v = \frac{-b}{2 \cdot a}$$

Y la **ordenada del vértice** se obtiene reemplazando x_v en $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$.

-Eje de simetría.

Es una recta perpendicular al eje x, y pasa por el **vértice de la parábola**.

-Puntos simétricos.

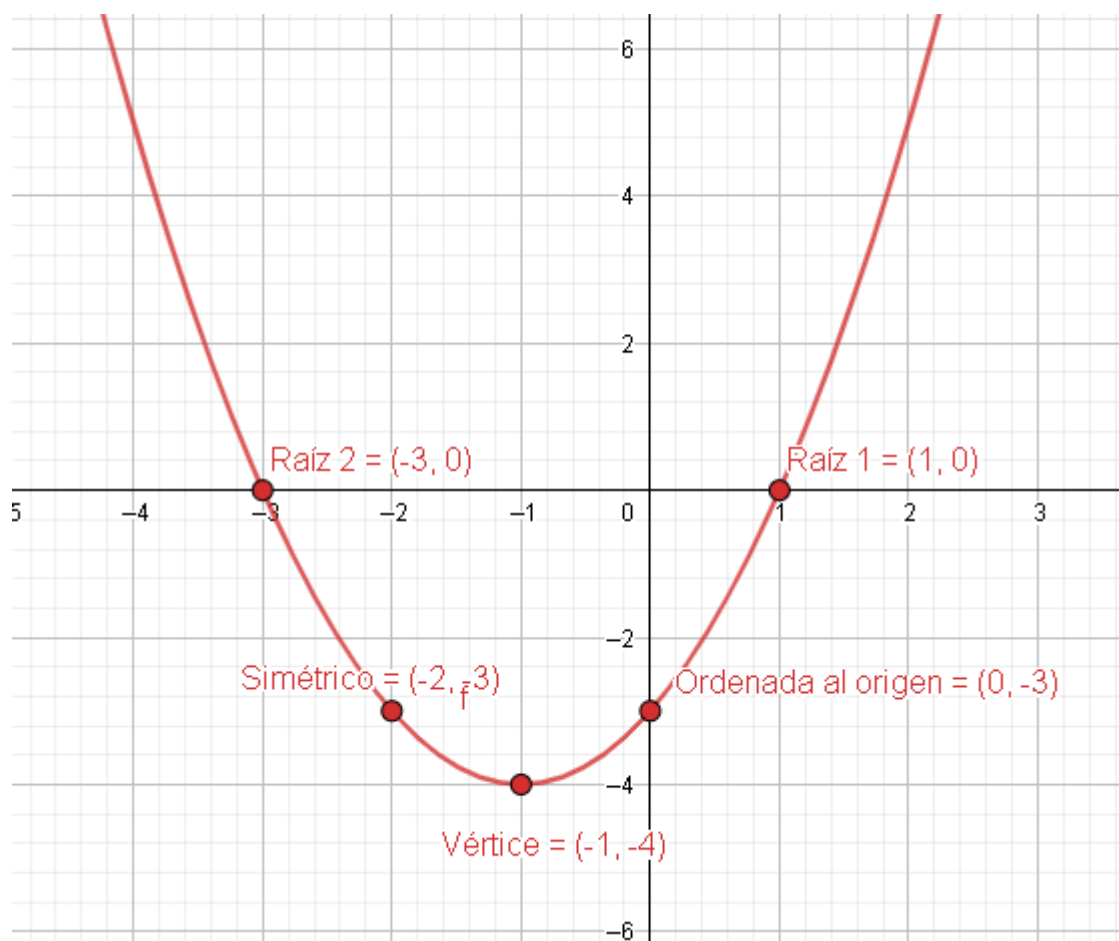
Dos puntos son simétricos si las **abscisas** se encuentran a la **misma distancia con respecto al eje de simetría** y las **ordenadas** son **iguales**.

-Ordenada al origen.

Es el punto de intersección de la parábola con el eje y. Se calcula reemplazando $x = 0$, en $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ en definitiva $f(0) = c$.

1 Un punto de un gráfico está compuesto por la **abscisa** que es el **valor de x** y por la **ordenada** que es el **valor de y**.

GRÁFICO DE LA PARÁBOLA CON LOS 5 PUNTOS NOTABLES



EJEMPLOS

Graficar la parábola, hallando al menos cinco puntos, usando el vértice, el eje de simetría y los puntos simétricos.

Para mejorar la comprensión, leer el material didáctico y observar el video:→

<https://www.youtube.com/watch?v=6JQw45YO3Fs&t=686s>

a) $y = 2x^2 - 4x - 1$

a (Término cuadrático) = 2

b (Término lineal) = -4

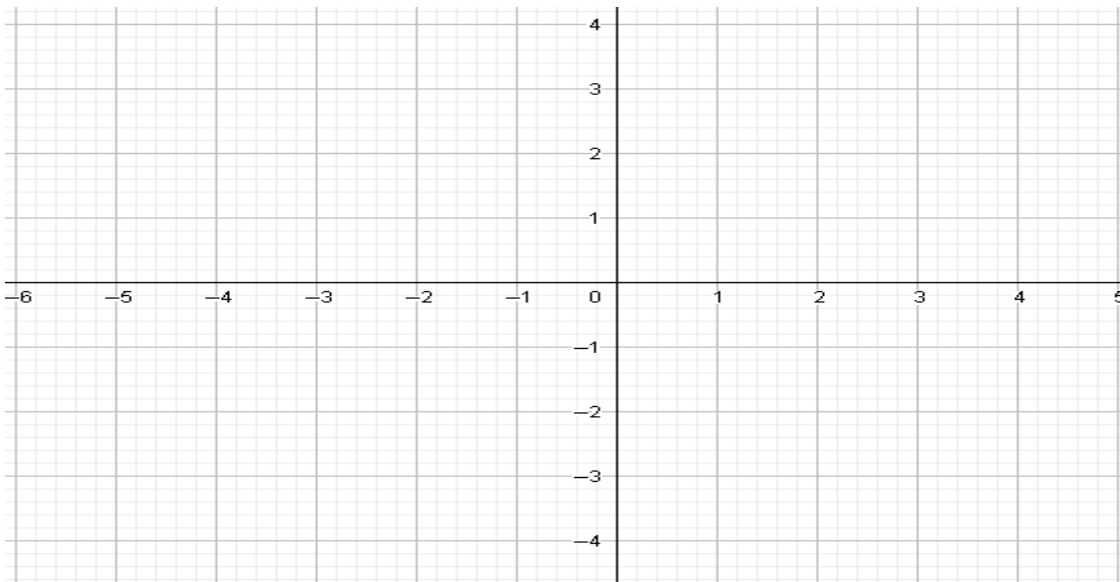
c (Término independiente) = -1

- **Vértice de la parábola**

$$x_v = \frac{-b}{2 \cdot a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 2} = \frac{4}{4} = 1$$

- **Puntos simétricos** (usando el x_v , y el sistema de coordenadas cartesianas)

Valores de la abscisa (X) $x_2 = -1$ $x_1 = 0$ $x_v = 1$ Sim. $x_1 = 2$ Sim. de $x_2 = 3$

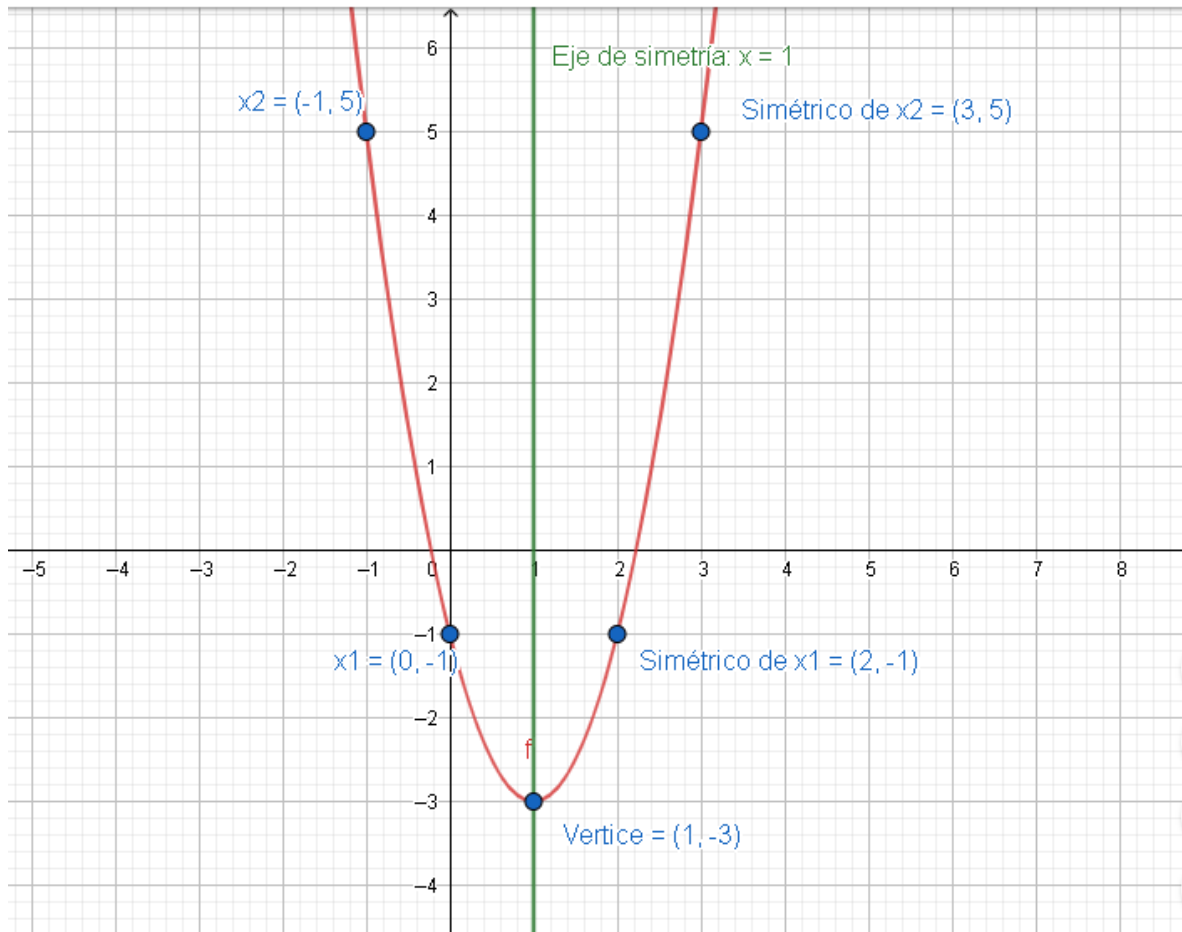


-Tabla de valores

x	$f(x) = 2 \cdot x^2 - 4 \cdot x - 1$
$x_2 = -1$	$2 \cdot (-1)^2 - 4 \cdot (-1) - 1 = 2 \cdot 1 + 4 - 1$ $= 2 + 4 - 1 = 6 - 1 = 5$
$x_1 = 0$	$2 \cdot (0)^2 - 4 \cdot 0 - 1 = -1$
$x_v = 1$	$2 \cdot (1)^2 - 4 \cdot (1) - 1 = 2 \cdot 1 - 4 - 1 = 2 - 4 - 1$ $= 2 - 5 = -3$
Simétrico de $x_1 = 2$	$2 \cdot (2)^2 - 4 \cdot 2 - 1 = 2 \cdot 4 - 8 - 1 = 8 - 8 - 1$ $= -1$

Simétrico de	$2.(3)^2 - 4.3 - 1 = 2.9 - 12 - 1 = 18 - 12 - 1$
$x_2 = 3$	$= 18 - 13 = 5$

-Gráfico



$b) y = x^2 + 2.x + 1$

a (Término cuadrático) = 1

b (Término lineal) = 2

c (Término independiente) = 1

- **Vértice de la parábola**

$$x_v = \frac{-b}{2.a} = \frac{-2}{2.1} = \frac{-2}{2} = -1$$

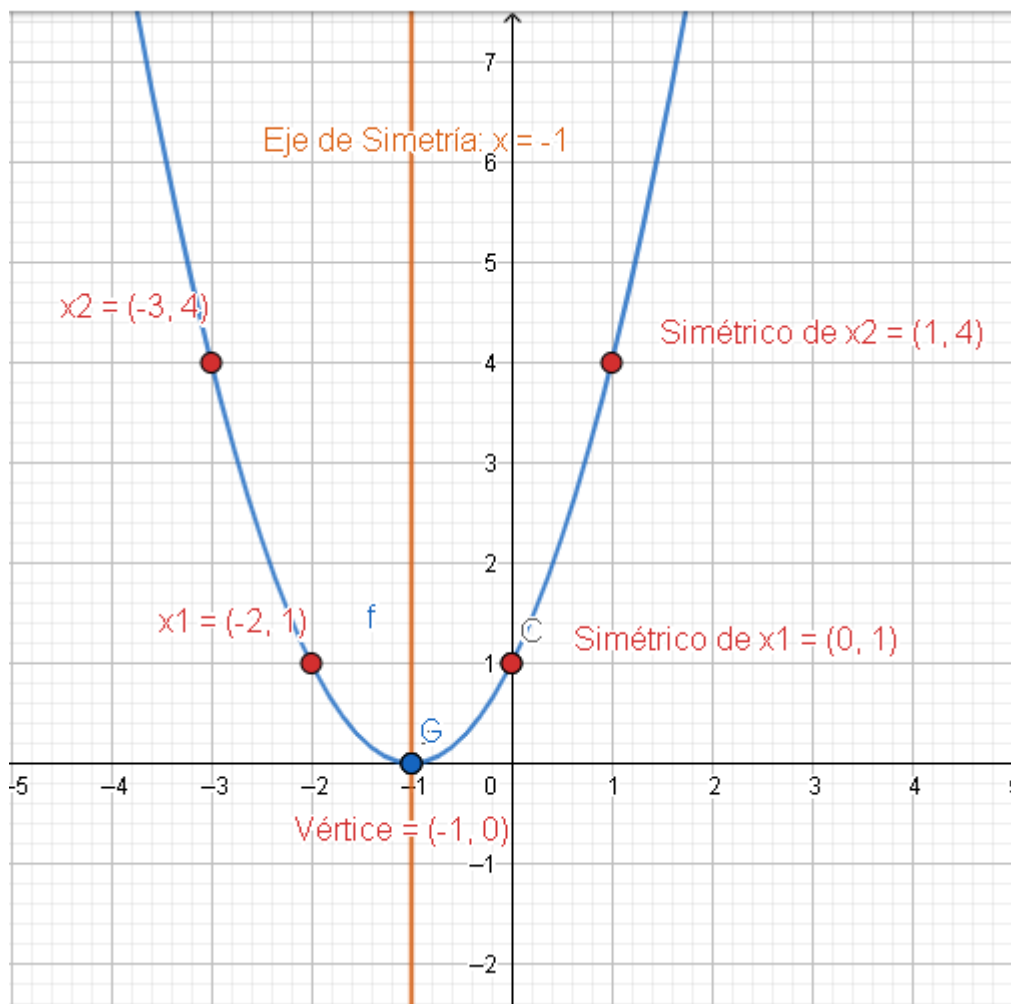
- **Puntos simétricos** (usando x_v)

Valores de la abscisa (x) $x_2 = -3$ $x_1 = -2$ $x_v = -1$ Sim. de $x_1 = 0$ Sim. de $x_2 = 1$

- **Tabla de valores**

x	$f(x) = x^2 + 2.x + 1$
$x_2 = -3$	$(-3)^2 + 2.(-3) + 1 = 9 - 6 + 1 = 4$
$x_1 = -2$	$(-2)^2 + 2.(-2) + 1 = 4 - 4 + 1 = 1$
$x_v = -1$	$(-1)^2 + 2.(-1) + 1 = 1 - 2 + 1 = 0$
Simétrico de $x_1 = 0$	$0^2 + 2.0 + 1 = 1$
Simétrico de $x_2 = 1$	$1^2 + 2.1 + 1 = 1 + 2 + 1 = 4$

- **Gráfico**



c) $y = x^2 + 2.x + 2$

a (Término cuadrático) = 1

b (Término lineal) = 2

c (Término independiente) = 2

- **Vértice de la parábola**

$$x_v = \frac{-b}{2.a} = \frac{-2}{2.1} = \frac{-2}{2} = -1$$

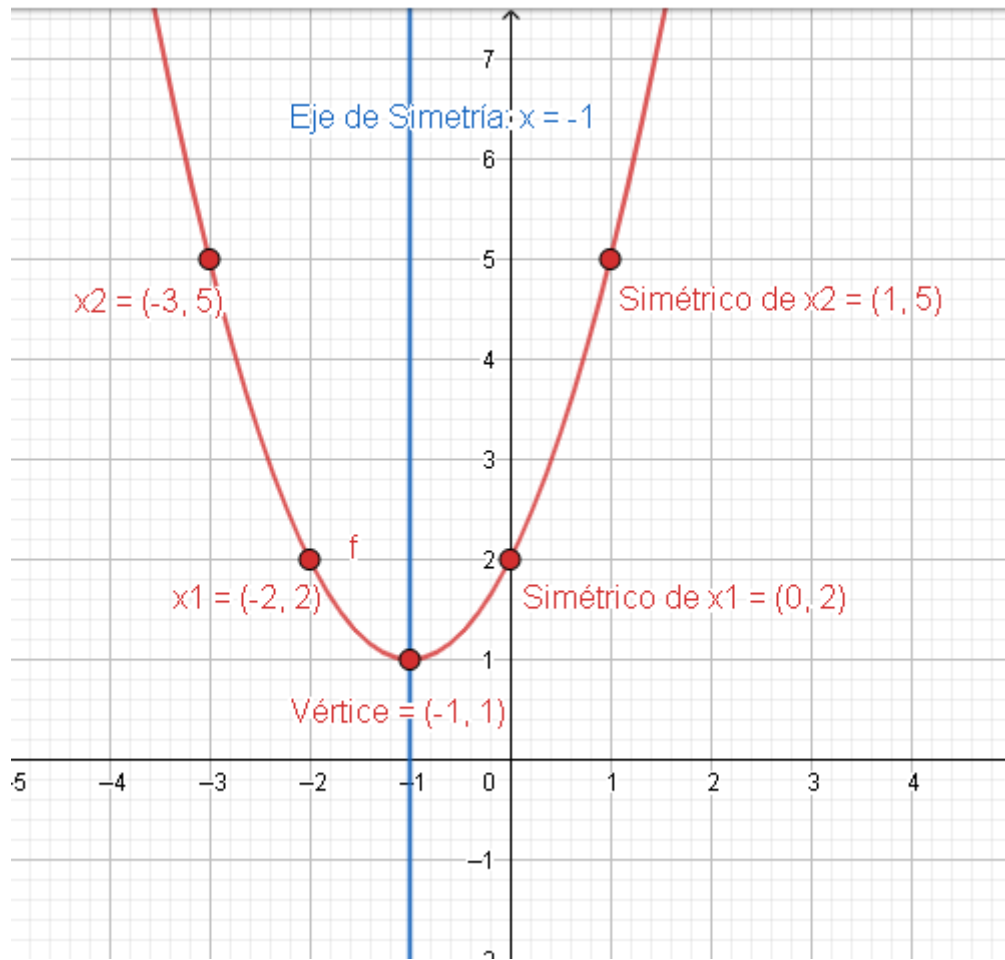
- **Puntos simétricos (usando x_v)**

Valores de la abscisa (X)	$x_2 = -3$	$x_1 = -2$	$x_v = -1$	Simétrico de $x_1 = 0$	Simétrico de $x_2 = 1$
------------------------------	------------	------------	------------	------------------------	------------------------

- **Tabla de valores**

x	$f(x) = x^2 + 2.x + 2$
$x_2 = -3$	$(-3)^2 + 2.(-3) + 2 = 9 - 6 + 2 = 5$
$x_1 = -2$	$(-2)^2 + 2.(-2) + 2 = 4 - 4 + 2 = 2$
$x_v = -1$	$(-1)^2 + 2.(-1) + 2 = 1 - 2 + 2 = 1$
Simétrico de $x_1 = 0$	$0^2 + 2.0 + 2 = 2$
Simétrico de $x_2 = 1$	$1^2 + 2.1 + 2 = 1 + 2 + 2 = 5$

- **Gráfico**



1) Graficar la parábola, hallando sus puntos notables:

- Raíces.
- Vértice (y eje de simetría).
- Ordenada al origen.
- Simétrico de la ordenada al origen.

Para mejorar la comprensión, leer el material didáctico y observar el video (Los más relevante de este video, para nuestro estudio se encuentra desde el minuto

3:15)→ <https://www.youtube.com/watch?v=J3qQWvxqFI4>

a) $y = x^2 - 6x + 5$

a (Término cuadrático) = 1

b (Término lineal) = -6

c (Término independiente) =5

- **Vértice de la parábola**

$$x_v = \frac{-b}{2 \cdot a} = \frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = \frac{6}{2} = 3$$

- **Raíces de la parábola**

$$x^2 - 6 \cdot x + 5 = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} &= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} \\ &= \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2} \rightarrow x_1 = \frac{6 + 4}{2} = \frac{10}{2} = 5 \quad x_2 \\ &= \frac{6 - 4}{2} = \frac{2}{2} = 1 \end{aligned}$$

- **Ordenada al origen**

$$x = 0 \rightarrow f(0) = 0^2 + 6 \cdot 0 + 5 = 5 \rightarrow \text{Ordenada al origen (0,5)}$$

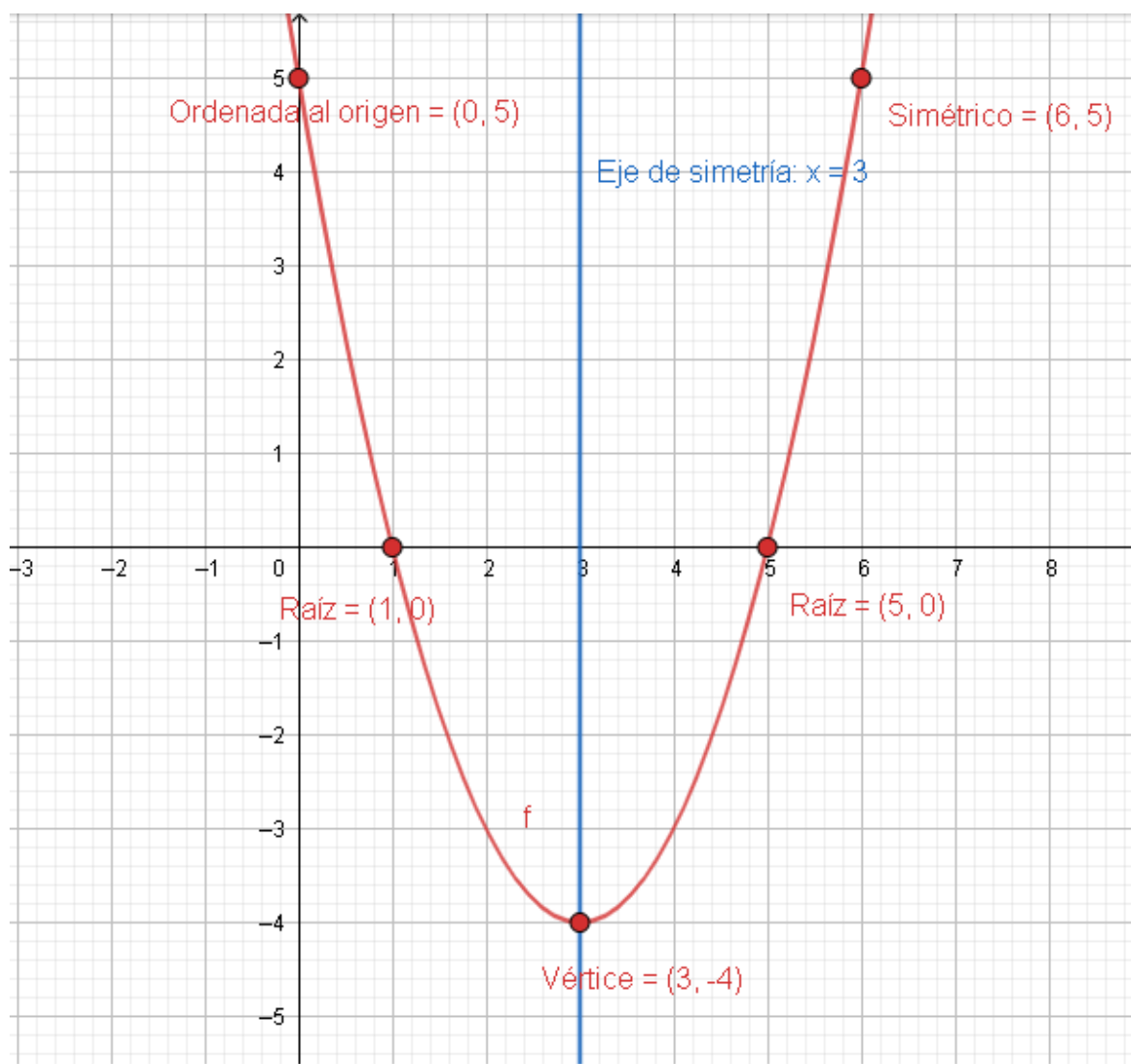
- **Simétrico de la ordenada al origen**

0	1	2	$x_v = 3$	4	5	6
Ordenada al origen						Simétrico de la ordenada al origen

- **Tabla de valores**

x	$f(x) = x^2 - 6.x + 5$
Raiz $x_1 = 5$	$5^2 - 6.5 + 5 = 25 - 30 + 5 = 0$
Raiz $x_2 = 1$	$1^2 - 6.1 + 5 = 1 - 6 + 5 = 0$
$x_v = 3$	$3^2 - 6.3 + 5 = 9 - 18 + 5 = -4$
<i>Ordenada al origen</i> $x = 0$	$0^2 + 6.0 + 5 = 5$
Simétrico de la ordenada al origen $x=6$	$6^2 - 6.6 + 5 = 36 - 36 + 5 = 5$

- **Gráfico**



b) $y = -x^2 + 4x - 3$

a (Término cuadrático) = -1

b (Término lineal) = 4

c (Término independiente) = -3

- **Vértice de la parábola**

$$x_v = \frac{-b}{2 \cdot a} = \frac{-4}{2 \cdot -1} = \frac{-4}{-2} = 2$$

- **Raíces de la parábola**

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-3)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{-2}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{-2} = \frac{-4 \pm 2}{-2} \rightarrow$$

$$x_1 = \frac{-4 + 2}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-4 - 2}{-2} = \frac{-6}{-2} = 3$$

- **Ordenada al origen**

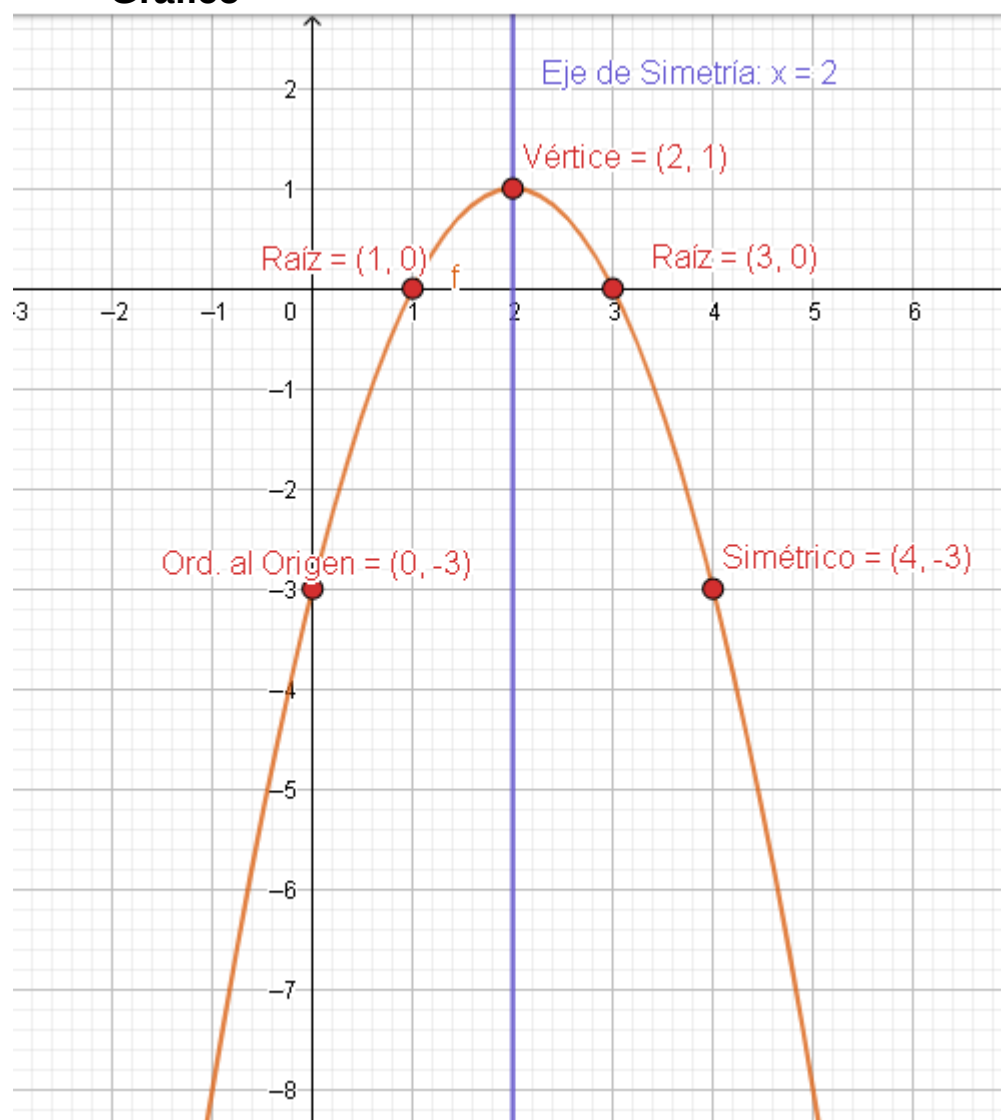
$$x = 0 \rightarrow f(0) = -0^2 + 4 \cdot 0 - 3 = -3 \rightarrow \text{Ordenada al origen } (0, -3)$$

- **Simétrico de la ordenada al origen**

0	1	$x_v = 2$	3	4
Ordenada al origen			Simétrico de la ordenada al origen	

- Tabla de valores x	$f(x) = -x^2 + 4.x - 3$
Raiz $x_1 = 1$	$-1.1^2 + 4.1 - 3 = -1.1 + 4 - 3$ $= -1 + 4 - 3 = 0$
Raiz $x_2 = 3$	$-1.3^2 + 4.3 - 3$ $= -1.9 + 12 - 3$ $= -9 + 12 - 3 = 0$
$x_v = 2$	$-1.2^2 + 4.2 - 3 = -1.4 + 8 - 3$ $= -4 + 8 - 3 = -1$
<i>Ordenada al origen</i> $x = 0$	$-1.0^2 + 4.0 - 3 = -3$
Simétrico de la O al origen $x=4$	$-1.4^2 - 4.4 - 3 = -16 + 16 - 3$ $= 0$

- Gráfico



Trabajo práctico N° 4: Gráfico de la función Cuadrática

1-Graficar la parábola, hallando al menos cinco puntos, usando el vértice, el eje de simetría y los puntos simétricos.

a) $y = x^2 - 4.x - 5$

b) $y = x^2 + 2.x + 1$

c) $y = x^2 - 2.x + 2$

2-Graficar la parábola, hallando sus puntos notables:

-Raíces.

-Vértice (y eje de simetría).

-Ordenada al origen.

-Simétrico de la ordenada al origen.

a) $y = x^2 + 2.x - 3$

b) $y = -x^2 - 2.x + 3$