

Barranqueras, 4 de junio de 2021

Establecimiento:

E.E.T N^o 2 “Gral. San Martín”

Espacio curricular:

MATEMÁTICA

Profesor: ROJAS, César Ariel

Cursos:

1^{ro} 1^{ra} Electrónica

1^{ro} 2^{da} Electromecánica

1^{ro} 3^{ra} Construcciones

**Trabajo Práctico N° 3: RACIONALIZACIÓN DE
DENOMINADORES**

AÑO: 2021

CUESTIONES A TENER EN CUENTA PARA LA PRESENTACIÓN DEL TRABAJO

- El trabajo debe tener CARÁTULA, y los EJERCICIOS RESUELTOS, con los cálculos auxiliares.

-Las hojas deben estar enumeradas de la forma x de y.

-Las fotos de la resolución de los ejercicios y de los cálculos auxiliares deben estar pegados en un documento de **WORD**.

-Abrir el correo y completara la sección ASUNTOS con la siguiente información: Apellidos y Nombres (completos), año que cursa, especialidad, nombre del trabajo práctico.

-Adjuntar el archivo correspondiente al Trabajo Práctico N°3.

-Enviar al correo: cesar_rojas1974@yahoo.com.ar

-**FECHA DE PRESENTACIÓN: viernes 25 de junio**

CLASE N° 3

Unidad N° 1: NÚMEROS REALES

RACIONALIZACIÓN DE DENOMINADORES

Racionalizar el denominador de una fracción **es transformarlo en un número racional**; por lo tanto, siempre que en el mismo aparezcan radicales irracionales se debe hallar una fracción equivalente a la dada con denominador racional.

PRIMER CASO: en el denominador hay un único radical.

1-a El radical es de índice dos.

$$a) \frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3^2}} = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{3}$$

1-b El radical es de índice distinto de 2.

$$a) \frac{2}{\sqrt[3]{x}} = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^1} \cdot \sqrt[3]{x^2}} = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^1 \cdot x^2}} = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^3}} = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{x^2}}{x}$$

$$b) \frac{6}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{6 \cdot \sqrt[3]{2^1}}{\sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[3]{2^1}} = \frac{6 \cdot \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2^2 \cdot 2^1}} = \frac{6 \cdot \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{6 \cdot \sqrt[3]{2}}{2} = 3 \cdot \sqrt[3]{2}$$

$$c) \frac{3}{\sqrt[5]{x^2}} = \frac{3 \cdot \sqrt[5]{x^3}}{\sqrt[5]{x^2} \cdot \sqrt[5]{x^3}} = \frac{3 \cdot \sqrt[5]{x^3}}{\sqrt[5]{x^2 \cdot x^3}} = \frac{3 \cdot \sqrt[5]{x^3}}{\sqrt[5]{x^5}} = \frac{3 \cdot \sqrt[5]{x^3}}{x}$$

$$d) \frac{10}{\sqrt[3]{5}} = \frac{10 \cdot \sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^1} \cdot \sqrt[3]{5^2}} = \frac{10 \cdot \sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^1 \cdot 5^2}} = \frac{10 \cdot \sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{10 \cdot \sqrt[3]{5^2}}{5} \\ = 2 \cdot \sqrt[3]{5^2} = 2 \cdot \sqrt[3]{25}$$

$$e) \frac{2}{\sqrt[4]{3^2}} = \frac{2}{\sqrt[4]{3^2}} \cdot \frac{\sqrt[4]{3^2}}{\sqrt[4]{3^2}} = \frac{2 \cdot \sqrt[4]{3^2}}{\sqrt[4]{3^2 \cdot 3^2}} = \frac{2 \cdot \sqrt[4]{9}}{\sqrt[4]{3^4}} = \frac{2 \cdot \sqrt[4]{9}}{3}$$

Racionalización, cuando en el denominador hay un único radical de índice mayor o igual a dos, video:

<https://www.youtube.com/watch?v=PI2TVst7lbs>

1-c En el radical hay una multiplicación de dos o más factores.

$$\begin{aligned} a) \frac{2 \cdot a}{\sqrt{2 \cdot a \cdot x}} &= \frac{2 \cdot a}{\sqrt{2^1 \cdot a^1 \cdot x^1}} \cdot \frac{\sqrt{2^1 \cdot a^1 \cdot x^1}}{\sqrt{2^1 \cdot a^1 \cdot x^1}} \\ &= \frac{2 \cdot a \cdot \sqrt{2 \cdot a \cdot x}}{\sqrt{2^1 \cdot a^1 \cdot x^1 \cdot 2^1 \cdot a^1 \cdot x^1}} = \frac{2 \cdot a \cdot \sqrt{2 \cdot a \cdot x}}{\sqrt{2^2 \cdot a^2 \cdot x^2}} \\ &= \frac{2 \cdot a \cdot \sqrt{2 \cdot a \cdot x}}{\sqrt{2^2} \cdot \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{x^2}} = \frac{2 \cdot a \cdot \sqrt{2 \cdot a \cdot x}}{2 \cdot a \cdot x} = \frac{\sqrt{2 \cdot a \cdot x}}{x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \frac{6}{5 \cdot \sqrt[3]{9x}} &= \frac{6 \cdot \sqrt[3]{3^1 \cdot x^2}}{5 \cdot \sqrt[3]{3^2 \cdot x^1} \cdot \sqrt[3]{3^1 \cdot x^2}} = \frac{6 \cdot \sqrt[3]{3^1 \cdot x^2}}{5 \cdot \sqrt[3]{3^2 \cdot x^1 \cdot 3^1 \cdot x^2}} \\ &= \frac{6 \cdot \sqrt[3]{3^1 \cdot x^2}}{5 \cdot \sqrt[3]{3^3 \cdot x^3}} = \frac{6 \cdot \sqrt[3]{3^1 \cdot x^2}}{5 \cdot \sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{x^3}} = \frac{6 \cdot \sqrt[3]{3 \cdot x^2}}{5 \cdot 3 \cdot x} \\ &= \frac{2 \cdot \sqrt[3]{3 \cdot x^2}}{5 \cdot x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c) \quad \frac{3}{\sqrt[3]{3x}} &= \frac{3 \cdot \sqrt[3]{3^2 \cdot x^2}}{\sqrt[3]{3^1 \cdot x^1} \cdot \sqrt[3]{3^2 \cdot x^2}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{9 \cdot x^2}}{\sqrt[3]{3^1 \cdot x^1 \cdot 3^2 \cdot x^2}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{9 \cdot x^2}}{\sqrt[3]{3^3 \cdot x^3}} \\
 &= \frac{3 \cdot \sqrt[3]{9 \cdot x^2}}{\sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{x^3}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{9 \cdot x^2}}{3 \cdot x} = \frac{\sqrt[3]{9 \cdot x^2}}{x}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d) \quad \frac{4 \cdot a^2}{\sqrt[5]{8 \cdot a^4}} &= \frac{4 \cdot a^2}{\sqrt[5]{2^3 \cdot a^4}} \cdot \frac{\sqrt[5]{2^2 \cdot a^1}}{\sqrt[5]{2^2 \cdot a^1}} = \frac{4 \cdot a^2 \cdot \sqrt[5]{2^2 \cdot a}}{\sqrt[5]{2^3 \cdot a^4 \cdot 2^2 \cdot a^1}} \\
 &= \frac{4 \cdot a^2 \cdot \sqrt[5]{4 \cdot a}}{\sqrt[5]{2^5 \cdot a^5}} = \frac{4 \cdot a^2 \cdot \sqrt[5]{4 \cdot a}}{\sqrt[5]{2^5} \cdot \sqrt[5]{a^5}} = \frac{4 \cdot a^2 \cdot \sqrt[5]{4 \cdot a}}{2 \cdot a} \\
 &= 2 \cdot a \cdot \sqrt[5]{4 \cdot a}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 e) \quad \frac{4}{\sqrt[9]{64 \cdot x^5}} &= \frac{4 \cdot \sqrt[9]{2^3 \cdot x^4}}{\sqrt[9]{2^6 \cdot x^5} \cdot \sqrt[9]{2^3 \cdot x^4}} = \frac{4 \cdot \sqrt[9]{2^3 \cdot x^4}}{\sqrt[9]{2^6 \cdot x^5 \cdot 2^3 \cdot x^4}} \\
 &= \frac{4 \cdot \sqrt[9]{2^3 \cdot x^4}}{\sqrt[9]{2^9 \cdot x^9}} = \frac{4 \cdot \sqrt[9]{8 \cdot x^4}}{\sqrt[9]{2^9} \cdot \sqrt[9]{x^9}} = \frac{4 \cdot \sqrt[9]{8 \cdot x^4}}{2 \cdot x} = \frac{2 \cdot \sqrt[9]{8 \cdot x^4}}{x}
 \end{aligned}$$

Racionalización, cuando en el radical hay una multiplicación de dos o más factores, video:

https://www.youtube.com/watch?v=AA_nVviMMvQ

SEGUNDO CASO: el denominador es una suma o resta de uno o dos radicales de índice 2.

Para racionalizar este tipo de expresiones, se debe aplicar el producto de una suma de dos términos por su diferencia:

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

2-a Racionalización, cuando la expresión es de la forma $\frac{a}{\sqrt{c}+d}$

$$\begin{aligned} a) \frac{9}{\sqrt{7} + 2} &= \frac{9}{(\sqrt{7} + 2)} \cdot \frac{(\sqrt{7} - 2)}{(\sqrt{7} - 2)} = \frac{9 \cdot (\sqrt{7} - 2)}{(\sqrt{7})^2 - 2^2} \\ &= \frac{9 \cdot (\sqrt{7} - 2)}{7 - 4} = \frac{9 \cdot (\sqrt{7} - 2)}{3} = 3 \cdot (\sqrt{7} - 2) \end{aligned}$$

Video explicativo: <https://www.youtube.com/watch?v=6ACzZyn99v8>

2-b Racionalización cuando numerador y denominador, tienen al

menos una raíz, y son expresiones conjugadas $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$.

$$\begin{aligned}
 a) \frac{\sqrt{13} - \sqrt{11}}{\sqrt{13} + \sqrt{11}} &= \frac{(\sqrt{13} - \sqrt{11})}{(\sqrt{13} + \sqrt{11})} \cdot \frac{(\sqrt{13} - \sqrt{11})}{(\sqrt{13} - \sqrt{11})} \\
 &= \frac{(\sqrt{13} - \sqrt{11})^2}{(\sqrt{13})^2 - (\sqrt{11})^2} \\
 &= \frac{(\sqrt{13})^2 - 2 \cdot (\sqrt{13}) \cdot (\sqrt{11}) + (\sqrt{11})^2}{13 - 11} \\
 &= \frac{13 - 2 \cdot \sqrt{13 \cdot 11} + 11}{2} = \frac{24 - 2 \cdot \sqrt{143}}{2} \\
 &= \frac{24}{2} - \frac{2 \cdot \sqrt{143}}{2} = 12 - \sqrt{143}
 \end{aligned}$$

PROPIEDADES UTILIZADAS:
-Diferencia de cuadrados: $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$
-Cuadrado de un binomio: $(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$

$$\begin{aligned}
 b) \frac{\sqrt{13} + \sqrt{11}}{\sqrt{13} - \sqrt{11}} &= \frac{(\sqrt{13} + \sqrt{11})}{(\sqrt{13} - \sqrt{11})} \cdot \frac{(\sqrt{13} + \sqrt{11})}{(\sqrt{13} + \sqrt{11})} \\
 &= \frac{(\sqrt{13} + \sqrt{11})^2}{(\sqrt{13})^2 - (\sqrt{11})^2} \\
 &= \frac{(\sqrt{13})^2 + 2 \cdot \sqrt{13} \cdot \sqrt{11} + (\sqrt{11})^2}{13 - 11} \\
 &= \frac{13 + 2 \cdot \sqrt{13 \cdot 11} + 11}{2} = \frac{24 + 2 \cdot \sqrt{143}}{2} \\
 &= \frac{24}{2} + \frac{2 \cdot \sqrt{143}}{2} = 12 + \sqrt{143}
 \end{aligned}$$

PROPIEDADES UTILIZADAS:

-Diferencia de cuadrados: $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

-Cuadrado de un binomio: $(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$
--

Video explicativo:

<https://www.youtube.com/watch?v=T3qhZ7gXmwU>

TRABAJO PRÁCTICO N°3: **RACIONALIZACIÓN DE
DENOMINADORES**

-Racionalicen los denominadores de las siguientes expresiones.

$$1) \frac{10}{\sqrt[3]{2}} =$$

$$2) \frac{2x}{3 \cdot \sqrt[3]{x}} =$$

$$3) \frac{4}{\sqrt[9]{256 \cdot y^8}} =$$

$$4) \frac{\sqrt{2x}}{\sqrt[3]{2x}} =$$

$$5) \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[6]{x}} =$$

$$6) \frac{1}{1 + \sqrt{2}} =$$

$$7) \frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} =$$

$$8) \frac{3 - \sqrt{2}}{3 + \sqrt{2}} =$$

$$9) \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} =$$

$$10) \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} =$$