U.E.G.P. N°78- "FE Y ALEGRIA ARGENTINA"
TRABAJO de MATEMATICA:
2do año - 2021 -

Conjunto de *números* racionales. Fracciones

En matemáticas, una **fracción**, *número fraccionario*, es la expresión de una cantidad dividida entre otra cantidad; es decir que representa un cociente no efectuado de números. Por razones históricas también se les llama *fracción común*, *fracción mixta* o *fracción decimal*. Las fracciones comunes se componen de: **numerador**, **denominador** y línea divisora entre ambos

En una fracción común $\frac{a}{b}$ el denominador "*b*" expresa la cantidad de partes iguales que representan la unidad, y el numerador "*a*" indica cuántas de ellas se toman.

El conjunto matemático que contiene a las fracciones de la forma $\frac{a}{b}$ donde *a* y *b* son números enteros y $b \neq 0$ es el conjunto de los números racionales, denotado como $\mathbb{Q}$.

Toda fracción es una división y toda división es una fracción. Debido a eso una división se puede convertir en una fracción para ser simplificada.

Las fracciones pueden ser representadas como (a÷b) en una operación matemática.

De manera más general, se puede extender el concepto de fracción a un cociente cualquiera de expresiones matemáticas (no necesariamente números).

Suele utilizarse la figura geométrica (que representa la unidad) seccionada en una cantidad de partes iguales para mostrar el denominador, y se colorean (u omiten) las que se toman para distinguir la cantidad que indica el numerador.

Notación y convenciones:

- En una fracción común, el denominador se lee como número partitivo (ejemplos: $\frac{1}{4}$ se lee «un cuarto», $\frac{3}{5}$ se lee «tres quintos»);
- Una fracción negativa es la que tiene valor negativo; $-\frac{3}{7}$
- Toda expresión matemática escrita en esta forma recibe el nombre de *«fracción»*.

La expresión genérica $\frac{a}{b}$ representa una división algebraica, por lo que el divisor debe ser distinto de cero ($b \neq 0$); el cociente de la división admite un desarrollo decimal (un número decimal, en el sistema de numeración decimal tradicional) que puede ser finito o infinito periódico (ver Número periódico).

Un número irracional no admite una escritura en forma de *número fraccionario*, o de razón, su expansión decimal será *infinita no-periódica*, como por ejemplo el número π, el número e, el número áureo y algunas raíces cuadradas y cúbicas.

Tipos de fracciones

Fracción simple, común o vulgar

Una **fracción simple** (también conocida como **fracción común** o **fracción vulgar**) es un número racional de la forma $\frac{a}{b}$, donde *a* y *b* son números enteros y *b*≠0. Puesto que una fracción común representa un número racional, las fracciones comunes heredan todas las propiedades matemáticas de los racionales. Ejemplo $\frac{3}{4}$; 3/4; $^{3}/_{4}$; (¾); fracción *tres cuartos*: numerador *3* y denominador *4*, representa al número decimal 0.75, en porcentaje: 75%.

Fracción propia e impropia

Las fracciones comunes pueden clasificarse en propias e impropias. Una **fracción propia** es aquella en la que, si el numerador y el denominador son positivos, el numerador es menor que el denominador, por ejemplo $\frac{1}{3}$. , $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{4}$. Por el contrario, una **fracción impropia** será la fracción en donde el numerador es mayor que el denominador, por ejemplo $\frac{13}{6}$, $\frac{18}{8}$, $\frac{5}{2}$

En general, una fracción común es una fracción propia si el valor absoluto es estrictamente menor que uno (es decir, si la fracción es mayor que −1 y menor que 1).

Fracción mixta

Una **fracción mixta** o **número mixto** es la representación de una fracción impropia, en forma de número entero y fracción propia; es una manera práctica de escribir unidades de medida (peso, tiempo, capacidad), recetas de cocina, etc

Toda fracción impropia $\frac{p}{z}$ puede escribirse como número mixto: A $\frac{a}{b}$ en donde A ∈ Z, (donde A es la *parte entera*). Como ejemplos: $A\frac{b}{c}$

$$\frac{30}{20} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

Razón

La razón es la comparación de dos cantidades por su cociente, donde se ve cuántas veces contiene una a la otra. En el caso de números toda razón se puede expresar en forma de fracción y eventualmente como un decimal.

Generalmente se expresa como *"a* es a *b"* o *a*:*b*, y corresponde a la fracción $\frac{a}{b}$

Fracción inversa

Una **fracción inversa** es una fracción obtenida a partir de otra dada, en la que se han invertido el numerador y el denominador, es decir, la fracción inversa de una fracción $\frac{a}{b}$ es $\frac{b}{a}$. Como ejemplos, $\frac{2}{3}$ y su fracción inversa $\frac{3}{2}$, $\frac{1}{2}$ y su fracción inversa $\frac{2}{1}$.

Fracción decimal y como porcentaje

Una **fracción decimal** es una fracción del tipo $\frac{a}{10^n}$, es decir, una fracción cuyo denominador es una potencia de 10. Por convención, se toma *a* positiva. Las fracciones decimales suelen expresarse sin denominador, con uso del separador decimal, es decir, como *número decimal exacto* (Por ejemplo: $\frac{8}{10}$, $\frac{83}{100}$, $\frac{83}{1000}$ y $\frac{8}{10000}$ se escriben 0.8, 0.83, 0.083 y 0.0008). Inversamente, un número decimal finito (o un entero) puede escribirse como fracción decimal simplemente multiplicando por una potencia apropiada de $\frac{10^n}{10^n}$ (Por ejemplo: 1=$\frac{10}{10}$; 1.23=$\frac{123}{100}$). Una fracción decimal no es necesariamente irreducible.

Un porcentaje es una forma de expresar un número como una fracción decimal, concretamente como fracción con denominador 100. Se utiliza para denotarlo el signo porcentaje %, que se debe escribir inmediatamente después del número al que se refiere, sin dejar espacio de separación. Como ejemplo,

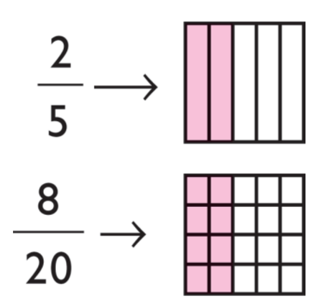
$$\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 75\%$$

Fracciones equivalentes

Dos fracciones son equivalentes cuando el resultado de las divisiones que representan (numerador dividido denominador) es el mismo.

Por **ejemplo**, las fracciones $\frac{2}{5}$ (dos quintos) y $\frac{8}{20}$ (ocho veintavos) son equivalentes porque el resultado de dividir 2 entre 5 es el mismo que el de dividir 8 entre 20.

También, si representamos las fracciones como las partes iguales de un total, es fácil ver que representan la misma fracción del total:



¿Cómo obtener fracciones equivalentes?

Observando las fracciones equivalentes del ejemplo (dos quintos y ocho veintavos), podemos deducir que las fracciones equivalentes se obtienen multiplicando el numerador y el denominador por el **mismo número** (distinto de 0):

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \,.\, 4}{5 \,.\, 4} = \frac{8}{20}$$

También, podemos dividir en lugar de multiplicar:

$$\frac{8}{20} = \frac{8 : 4}{20 : 4} = \frac{2}{5}$$

Otras fracciones equivalentes

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \,.\, 2}{5 \,.\, 2} = \frac{4}{10}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \,.\, 3}{5 \,.\, 3} = \frac{6}{15}$$

¿Cómo saber si dos fracciones son equivalentes?

Hemos dicho anteriormente que si dos fracciones son equivalentes, entonces el resultado de la división numerador entre denominador es el mismo. Por tanto, una opción es calcular las divisiones. También, podemos pensar si existe un número que al multiplicarlo en el numerador y en el denominador de una de las fracciones proporcione la otra fracción.

Otra opción es escribir que las fracciones son iguales y operar en la igualdad para comprobar si realmente lo son:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \leftrightarrow a \cdot d = c \cdot b$$

Por ejemplo, para saber si $\frac{25}{10}$ y $\frac{615}{246}$ son equivalentes, las igualamos:

$$\frac{25}{10} \stackrel{?}{=} \frac{615}{246}$$

Podemos pasar cada denominador multiplicando al numerador del otro lado:

$$25 \cdot 246 \stackrel{?}{=} 615 \cdot 10$$

Calculamos los productos:

$$6150 \stackrel{?}{=} 6150$$

Como hemos obtenido una igualdad verdadera, las fracciones son iguales (equivalentes). Si la igualdad es falsa, no son equivalentes.

Otro **ejemplo**: comprobamos si las fracciones $\frac{12}{22}$ y $\frac{3}{2}$ son equivalentes:

$$\frac{12}{22} \stackrel{?}{=} \frac{3}{2}$$

$$12 \cdot 2 \stackrel{?}{=} 3 \cdot 22$$

$$24 \stackrel{?}{=} 66$$

$$24 \neq 66$$

Las fracciones no son equivalentes porque 24 no es igual a 66

¿Para qué sirven las fracciones equivalentes?

Si el resultado de un problema es una fracción, podríamos utilizar cualquier fracción equivalente a ella. Sin embargo, no es lo mismo trabajar con una fracción con números grandes (como$\frac{615}{246}$) que con una fracción con números pequeños (como$\frac{5}{2}$).

Por tanto, se conviene, por comodidad, escoger siempre la fracción que tiene los números más pequeños posibles. Esta fracción se denomina **irreductible**.

La fracción irreductible

Una fracción es irreductible cuando el **máximo común divisor** (M.C.D.) del numerador y del denominador es 1.

Por ejemplo, la fracción $\frac{15}{6}$ no es irreductible porque el M.C.D. de 15 y de 6 es 3. En cambio, el M.C.D. del numerador y denominador de la fracción equivalente $\frac{5}{2}$ es 1. Por tanto, la fracción irreductible de $\frac{15}{6}$ es $\frac{5}{2}$

Cuando una fracción es irreductible, no existe ningún número que sea divisor común del numerador y del denominador y, por tanto, no hay fracciones equivalentes cuyos números sean más pequeños.

Existen múltiples métodos para encontrar la fracción irreductible, así que nosotros daremos dos de ellos:

- Uno de ellos consiste en dividir sucesivamente el numerador y el denominador (por el mismo número) de modo que el resultado de las divisiones sea un número entero. Cuando no podamos seguir dividiendo, habremos encontrado la fracción irreductible.
- El segundo método consiste en dividir directamente el numerador y el denominador entre su M.C.D.

Quizás, el primero de los métodos es más rápido ya que podemos dividir por números grandes, mientras que para calcular el M.C.D. tendremos que descomponer los números de la fracción dividiendo entre números primos.

Por **ejemplo**, simplificamos la fracción $\frac{180}{270}$ para calcular la fracción equivalente irreductible:

- **Primer método:** dividimos sucesivamente:

$$\frac{180}{270} = \frac{180:10}{270:10} =$$

$$= \frac{18}{27} = \frac{18:9}{27:9} = \frac{2}{3}$$

- Ya no podemos seguir dividiendo porque el M.C.D. de 2 y 3 es 1. La fracción $\frac{2}{3}$ es irreductible.

Segundo método: dividimos por el M.C.D.:

Las descomposiciones del numerador y del denominador son

$$\mathbf{180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5}$$

$$\mathbf{270 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5}$$

$$\boldsymbol{M.C.D.(180, 270) =}$$

$$\mathbf{= 2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90}$$

Dividimos en la fracción entre 90:

$$\frac{\mathbf{180:90}}{\mathbf{270:90}} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$$

La fracción $\frac{2}{3}$ es irreductible.