

Barranqueras, 05 de mayo de 2021

**Alternativas de acompañamiento pedagógico ante la
Emergencia Sanitaria**

Establecimiento: E.E.T N^o 2 “Gral. San Martín”

Espacio curricular: MATEMÁTICA

Profesor: ROJAS, César Ariel

Cursos:

1^{ro} 1^{ra} Electrónica

1^{ro} 2^{da} Electromecánica

1^{ro} 3^{ra} Construcciones

AÑO: 2021

CUESTIONES A TENER EN CUENTA PARA LA PRESENTACIÓN DEL TRABAJO

Cada actividad deberá ser desarrollada y enviada para ser evaluada, mediante fotos o capturas de imagen, al siguiente correo electrónico cesar_rojas1974@yahoo.com.ar, Cada mail enviado deberá indicar con claridad el NOMBRE Y APELLIDO del alumno y el curso en la sección **ASUNTOS**.

El plazo límite de entrega será el **VIERNES 21 DE MAYO**.

Colocar en la carpeta:

1- Primera hoja:

- Carátula con el nombre de la asignatura:
- Nombre del alumno:
- Año y división que cursa:
- Nombre del profesor:

2- Cada clase deberá iniciar de la siguiente manera:

Fecha, N° de Clase, Título de la clase.

Esta clase tiene la particularidad que es teórica-práctica, con ejemplos, deben transcribir todo a la carpeta, y resolver las actividades que se encuentran bajo el título: **TRABAJO PRÁCTICO N° 1:**

Extracción de factores del radical. Suma y resta de radicales

Actividades: Clase N°2

Unidad N° 1: NÚMEROS REALES.

INTRODUCCIÓN

1 El conjunto de los números reales ($\mathbb{R}$)

Los números **racionales** son aquellos que pueden ser expresados como el cociente entre dos números enteros. Existen dos maneras de escribir un mismo número racional: como fracción o en forma decimal; una y otra designan exactamente al mismo número. La expresión decimal de un número racional tiene un número finito de cifras decimales significativas, o es periódica.

a) $\frac{22}{9} = 2,444... = 2,4\widehat{4}$ b) $\frac{15}{2} = 7,5$ c) $-\frac{1}{6} = -0,1666... = -0,1\widehat{6}$ d) $-\frac{12}{5} = -2,4$

Los números **irracionales** son aquellos que no pueden ser expresados como un cociente entre dos números enteros, por tener infinitas cifras decimales no periódicas.

Todas las raíces no exactas de base entera son números irracionales.

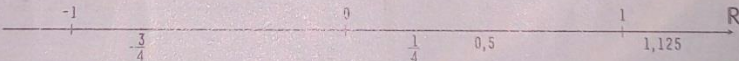
a) $\sqrt{2} = 1,414213...$ b) $\sqrt{7} = 2,645751...$ c) $\sqrt[3]{4} = 1,587401...$ d) $\sqrt[5]{18} = 1,782602...$

Hay números irracionales que se determinan a partir de una ley de formación.

a) 4,369121518... b) 0,123456789... c) -3,1122334455... d) 25,102030405060...

El conjunto de los números **reales** ($\mathbb{R}$) está formado por los números **racionales** ($\mathbb{Q}$) y los **irracionales**.

Los números reales se grafican sobre una recta denominada **recta real**. A un punto de la misma se le asigna el 0, se elige un segmento unidad y se ubican los números restantes. A cada número real le corresponde un punto de la recta y viceversa.



El conjunto de los números Naturales ($\mathbb{N}$), enteros ($\mathbb{Z}$) y Racionales ($\mathbb{Q}$) y sus operaciones fueron desarrollados en los años anteriores de escolaridad. En esta etapa nos vamos a dedicar al conjunto de los Números IRRACIONALES.

NÚMEROS IRRACIONALES

Los números irracionales son aquellos que no pueden ser expresados como el cociente entre dos números enteros y tienen **infinitas cifras decimales no periódicas**.

Por ejemplo, las raíces no exactas de números racionales son números irracionales.

1) REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE RAÍCES, NO EXACTAS, DE NÚMEROS RACIONALES

Representación gráfica

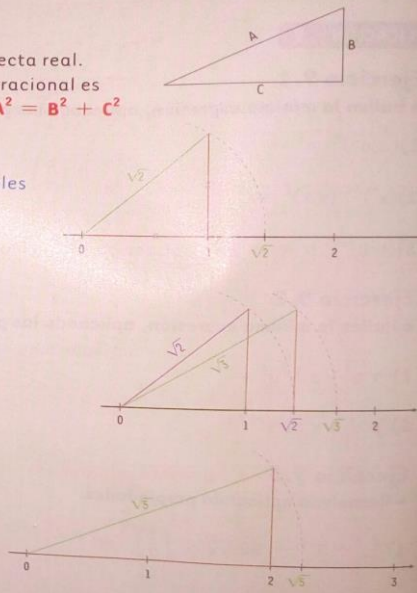
Cada número irracional tiene asociado un punto sobre la recta real. Para representar ese punto sobre la recta numérica, si el irracional es de la forma $\sqrt{a}$, se debe recurrir al teorema de Pitágoras: $A^2 = B^2 + C^2$

a) Representación de $\sqrt{2}$.
Se determina sobre la recta un triángulo rectángulo isósceles cuyos catetos midan 1.
El valor de la hipotenusa es: $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

b) Representación de $\sqrt{3}$.
Se determina sobre la recta un triángulo rectángulo cuyos catetos midan 1 y $\sqrt{2}$, respectivamente.
El valor de la hipotenusa es: $\sqrt{(\sqrt{2})^2 + 1^2} = \sqrt{3}$

c) Representación de $\sqrt{5}$.
Se determina sobre la recta un triángulo rectángulo cuyos catetos midan 1 y 2, respectivamente.
El valor de la hipotenusa es: $\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$

De este modo se puede representar cualquier raíz cuadrada de un número natural, siempre que se elijan convenientemente los catetos del triángulo rectángulo.



2) EXTRACCIÓN DE FACTORES DE UN RADICAL

Existen factores, dentro de un radical, que pueden ser extraídos **si el exponente de los mismos es mayor o igual que el índice de la raíz**. Para ello deben aplicarse las propiedades de la potenciación y radicación.

EJEMPLOS:

$$a) \sqrt[3]{16x^7} =$$

RESOLUCIÓN

$$a) \sqrt[3]{16x^7} = \sqrt[3]{2^4 \cdot x^7}$$

Índice: 3
 Exponentes: 4, 7

$$\sqrt[3]{2^{3+1} \cdot x^{6+1}} =$$

$$\sqrt[3]{2^3 \cdot 2^1 \cdot x^6 \cdot x^1} =$$

$$\sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{2^1} \cdot \sqrt[3]{x^6} \cdot \sqrt[3]{x^1} =$$

$$2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot x^2 \cdot \sqrt[3]{x} =$$

$$2 \cdot x^2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{x} =$$

$$2x^2 \cdot \sqrt[3]{2x}$$

Cálculos Aux.

16	2
8	2
4	2
2	2
1	

$16 = 2^4$

A los exponentes los expreso como un múltiplo del índice más un resto (el resto siempre debe ser menor que el índice).

$4 = 3 + 1$
 $7 = 6 + 1$

Cómo se simplifica.

$$\sqrt[3]{2^3 \cdot 2} = 2$$

$$\sqrt[3]{x^6 \cdot x} = x^2$$

Faltó acento en la palabra múltiplo.

$$b) \sqrt[5]{\frac{128y^5}{243}} =$$

RESOLUCIÓN

b) $\sqrt[5]{\frac{128y^5}{243}} = \sqrt[5]{\frac{2^7 y^5}{3^5}} =$

Cálculos Aux.
Los divisores tienen que ser números primos

128	2		
64	2		
32	2	243	3
16	2	81	3
8	2	27	3
4	2	9	3
2	2	3	3
1		1	

$128 = 2^7$
 $243 = 3^5$
 $7 = 5 + 2$

$\sqrt[5]{\frac{2^{5+2} y^5}{3^5}} = \sqrt[5]{\frac{2^5 \cdot 2^2 y^5}{3^5}} =$

$\sqrt[5]{2^5} \cdot \sqrt[5]{2^2} \cdot \sqrt[5]{y^5} =$

$\frac{2 \cdot \sqrt[5]{2^2} \cdot y}{3} = \frac{2 \cdot \sqrt[5]{4} \cdot y}{3}$

$$c) \sqrt[3]{\frac{0,0729a^{11}b^{13}}{c^{24}}} =$$

RESOLUCIÓN

$$c) \sqrt[3]{\frac{00729 \cdot a^{11} \cdot b^{13}}{c^{24}}} =$$

$$\sqrt[3]{\frac{729}{10000} \cdot \frac{a^{11} \cdot b^{13}}{c^{24}}} =$$

$$\sqrt[3]{\frac{3^6}{10^4} \cdot \frac{a^{11} \cdot b^{13}}{c^{24}}} =$$

$$\sqrt[3]{\frac{3^6 \cdot a^{9+2} \cdot b^{12+1}}{10^{3+1} \cdot c^{24}}} =$$

$$\sqrt[3]{\frac{3^6 \cdot a^9 \cdot a^2 \cdot b^{12} \cdot b^1}{10^3 \cdot 10^1 \cdot c^{24}}} =$$

$$\frac{\sqrt[3]{3^6} \cdot \sqrt[3]{a^9} \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[3]{b^{12}}}{\sqrt[3]{10^3} \cdot \sqrt[3]{10^1} \cdot \sqrt[3]{c^{24}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a^2 \cdot b^1}{10}}$$

$$\frac{3^2 \cdot a^3 \cdot b^4}{10 \cdot c^8} \cdot \sqrt[3]{\frac{a^2 \cdot b^1}{10}} = \frac{9a^3b^4}{10c^8} \sqrt[3]{\frac{a^2b}{10}}$$

Cálculos Aux.

$$00729 = \frac{729}{10000}$$

$$\begin{array}{r|l} 729 & 3 \\ 243 & 3 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$729 = 3^6$$

$$10000 = 10^4$$

$$11 = 9 + 2$$

$$13 = 12 + 1$$

$$4 = 3 + 1$$

3) SUMA Y RESTA DE RADICALES

Radicales Semejantes

Dos radicales son semejantes cuando tienen igual índice y el mismo radicando.

Términos con radicales semejantes:

a) $\sqrt{3}$ y $5\sqrt{3}$

b) $-2\sqrt[3]{2}$ y $4\sqrt[3]{2}$;

c) $3\sqrt[4]{x^3}$ y $-8\sqrt[4]{x^3}$

Términos con radicales no semejantes:

a) $\sqrt[3]{7}$ y $2\sqrt{7}$ No son radicales semejantes porque las raíces tienen distinto índice.

b) $5\sqrt{3}$ y $7\sqrt{2}$ No son radicales semejantes porque las raíces tienen distinto radicando.

c) $-4\sqrt[4]{3}$ y $9\sqrt[3]{4}$ No son radicales semejantes porque las raíces tienen distinto índice y radicando.

Solo es posible **sumar** o **restar** términos que contienen **radicales semejantes**

EJEMPLOS

a) $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - \sqrt{2} =$

b) $5\sqrt{3} - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{3} + 7\sqrt{5} =$

RESOLUCIÓN

The image shows two handwritten mathematical problems on lined paper. Problem (a) involves simplifying $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - \sqrt{2}$. The terms are grouped with arcs, and the result $7\sqrt{2}$ is boxed. Problem (b) involves simplifying $5\sqrt{3} - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{3} + 7\sqrt{5}$. The terms are rearranged and grouped with arcs, and the final result $8\sqrt{3} + 5\sqrt{5}$ is boxed.

$$\begin{aligned} \text{a) } & \overbrace{3\sqrt{2}} + \overbrace{5\sqrt{2}} - \underbrace{\sqrt{2}} = \\ & 8\sqrt{2} - \sqrt{2} = \boxed{7\sqrt{2}} \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} \text{b) } & \overbrace{5\sqrt{3}} - \underbrace{2\sqrt{5}} + \overbrace{3\sqrt{3}} + \underbrace{7\sqrt{5}} = \\ & \overbrace{5\sqrt{3} + 3\sqrt{3}} - \underbrace{2\sqrt{5}} + \underbrace{7\sqrt{5}} = \\ & \boxed{8\sqrt{3} + 5\sqrt{5}} \end{aligned}$$

Existen casos en los cuales ciertos radicales son semejantes luego de llevarlos a su mínima expresión.

EJEMPLOS

$$\text{a) } 3\sqrt{2} - 5\sqrt{32} + 7\sqrt{8} - 9\sqrt{50} =$$

RESOLUCIÓN

$$\begin{aligned}
 a) & 3\sqrt{2} - 5\sqrt{32} + 7\sqrt{8} - 9\sqrt{50} = \\
 & 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2^5} + 7\sqrt{2^3} - 9\sqrt{2 \cdot 5^2} = \\
 & 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2^{4+1}} + 7\sqrt{2^{2+1}} - 9\sqrt{2} \cdot \sqrt{5^2} = \\
 & 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2^4 \cdot 2} + 7\sqrt{2^2 \cdot 2} - 9\sqrt{2} \cdot 5 = \\
 & 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2^4}^{\frac{2}{2}} \sqrt{2}^{\frac{1}{1}} + 7\sqrt{2^2}^{\frac{1}{1}} \sqrt{2}^{\frac{1}{1}} - 45\sqrt{2} = \\
 & 3\sqrt{2} - 5 \cdot 2^2 \sqrt{2} + 7 \cdot 2 \sqrt{2} - 45\sqrt{2} = \\
 & 3\sqrt{2} - 5 \cdot 4 \sqrt{2} + 14\sqrt{2} - 45\sqrt{2} = \\
 & 3\sqrt{2} - 20\sqrt{2} + 14\sqrt{2} - 45\sqrt{2} = \\
 & 3\sqrt{2} + 14\sqrt{2} - 20\sqrt{2} - 45\sqrt{2} = \\
 & 17\sqrt{2} - 65\sqrt{2} = \\
 & \boxed{-48\sqrt{2}}
 \end{aligned}$$

$$b) 4\sqrt{3} - 6\sqrt[4]{25} - 8\sqrt{27} + \sqrt{20} =$$

RESOLUCIÓN

$$\begin{aligned} b) & 4\sqrt{3} - 6\sqrt[4]{25} - 8\sqrt{27} + \sqrt{20} = \\ & 4\sqrt{3} - 6\sqrt[2]{5^2} - 8\sqrt{3^3} + \sqrt{5 \cdot 2^2} = \\ & 4\sqrt{3} - 6\sqrt{5} - 8\sqrt{3^2 \cdot 3} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{2^2} = \\ & 4\sqrt{3} - 6\sqrt{5} - 8\sqrt{3^2} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{5} \cdot 2 = \\ & 4\sqrt{3} - 6\sqrt{5} - 8 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} + \sqrt{5} \cdot 2 = \\ & 4\sqrt{3} - 6\sqrt{5} - 24\sqrt{3} + 2\sqrt{5} = \\ & 4\sqrt{3} - 24\sqrt{3} - 6\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = \\ & \boxed{-20\sqrt{3} - 4\sqrt{5}} \end{aligned}$$

TRABAJO PRÁCTICO N° 1: Extracción de factores del radical. Suma y resta de radicales

- 1) Extraigan todos los factores posibles de cada uno de los siguientes radicales.

a) $\sqrt{8} =$

b) $\sqrt{0,27} =$

c) $\sqrt[3]{1000} =$

d) $\sqrt[4]{x^{21}} =$

e) $\sqrt{16 \cdot x^3} =$

f) $\sqrt{9 \cdot a^2 \cdot b^6 \cdot c} =$

g) $\sqrt[3]{-8 \cdot x^6 \cdot y^5} =$

h) $\sqrt[3]{\frac{81 \cdot m^{11} \cdot n^{16}}{125}} =$

i) $\sqrt[4]{\frac{32 \cdot x^{10}}{81 \cdot y^{20}}} =$

j) $\sqrt[3]{\frac{0,064 \cdot a^8 \cdot b^{10}}{c^{21}}} =$

2) Resuelvan las siguientes sumas y restas de radicales.

$$a) \sqrt{a} - 2.\sqrt{b} + \sqrt{a} - \sqrt{b} =$$

$$b) \sqrt{9x} - \sqrt{25x} + \sqrt{49x} =$$

$$c) 3.\sqrt{18} - 11.\sqrt{2} + 2.\sqrt{50} =$$

$$d) \sqrt[4]{9y^8} + \sqrt[6]{27y^{12}} =$$

$$e) \frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{16}{27}} - \frac{5}{3} \sqrt[3]{54} + 5 \sqrt[3]{\frac{2}{125}} =$$

$$f) \sqrt{81a^3} + \sqrt{9a^3} - \sqrt{25a^3} =$$