TRABAJO PRACTICO N° 2 DE MATEMÁTICA

“PROPIEDADES DE POTENCIA Y RAIZ”

E.S.S. N° 75 “JULIO CORTAZAR”

Profesora: Silva, Mariela correo: maru0248@hotmail.com.ar

Definición de **potencia**: Una potencia es una forma abreviada de una multiplicación de **factores iguales**: cada factor o base (b) se repite tantas veces como lo indica el exponente (n).

En general, para **n > 1** ⟶ $b^n = \underbrace{b.b.b.b. \ldots . b}_{\textbf{n veces}}$

* El **exponente indica** la **cantidad** de veces que se **multiplica la base, por sí misma**.

Signo de la Potencia:

- Si la **base** es **positiva**, no importa que el exponente sea **par** o **impar**, la **potencia** resulta **positiva:** $4^2 = 16$ y $5^3 = 125$
- Si la **base** es **positivo** y el **exponente** es numero **par,** el resultado de la potencia es un número **positivo.**
  $(-2)^2 = (-2) . (-2) = \mathbf{+4}$ $(-3)^4 = (-3) . (-3) . (-3) . (-3) = \mathbf{+ 81}$

ACLARACION IMPORTANTE: $(-6)^2 \neq -6^2$ NO ES IGUAL $\begin{cases} (-6)^2 = (-6) \cdot (-6) = +36 \\ -6^2 = -(6 \cdot 6) = -36 \end{cases}$

- En cambio, si la **base** es **negativa** y el **exponente** es numero **impar,** el resultado de la potencia es un número **negativo:**
  $(-4)^3 = (-4) . (-4) . (-4) = +16 . (-4) = - 64$
  Observa que las bases negativas se escriben entre paréntesis

PROPIEDADES DE LAS POTENCIA:

La potenciación al igual que las otras operaciones, cumple con algunas propiedades, las cuales nos permiten llegar al resultado de una manera más sencilla.

- Si el exponente es igual a 0, el resultado de la potencia es igual a 1.
  Si n = 0 ⟶ $b^0 = 1$
- S5 el exponente es igual a 1, el resultado de la potencia es igual al mismo número.
  Si n = 1 ⟶ $b^1 = 1$

PROPIEDAD	SIMBÓLICAMENTE	EjEMPLOS
Producto de potencias de igual base https://www.youtube.com/watch?v=f_Jx3u-suEI&t=34s	$a^n . a^m = a^{n+m}$	$5^3 . 5^4 = 5^{3+4} =$ $5^7 = 78.125$
Cociente de potencias de igual base https://www.youtube.com/watch?v=y_nV02od8B0	$a^n : a^m = a^{n-m}$	$7^5 : 7^2 = 7^{5-2} = 7^3 = 343$
Potencia de otra potencia https://www.youtube.com/watch?v=8Je2TiMphKk	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$(3^3)^2 = 3^{3 \cdot 2} = 3^6 = 729$
Distributiva respecto de la multiplicación o Potencia de un Producto https://www.youtube.com/watch?v=WYwmA8coUsQ	$(a . b)^n = a^n . b^n$	$(2 . 9)^3 = 2^3 . 9^3 =$ $= 8 . 729 =$ $= 5.832$
Distributiva respecto de la división o Potencia de un Cociente https://www.youtube.com/watch?v=yHNk-QJ0ehw	$(a : b)^n = a^n : b^n$	$(6 : 3)^4 = 6^4 : 3^4 =$ $= 1.296 : 81 =$ $= 16$

ACTIVIDAD N ° 1 Calcular las siguientes potencias:

a) $3^5 =$ **b)** $-8^0 =$ **c)** $-5^2 =$ **d)** $(-7)^0 =$

e) $(-1)^4 =$ **f)** $2^6 =$ **g)** $(-2)^6 =$ **h)** $(-4)^3 =$

ACTIVIDAD N ° 2 Colocar **V** (verdadero) o **F** (falso) según corresponda en cada caso:

a) $(-3)^3 = -3^3$ ……… d) $-7^2 = -14$ ………..

b) $-6^0 = 1$ …….. e) $(-2)^5 = -32$ ……….

c) $(-5)^2 = -25$ ………. f) $(-1)^{100} = 100$ ……….

……

ACTIVIDAD N ° 3

Coloquen = o ≠ , según corresponda en cada caso.

a) $5^3 . 5$……….5^3 **b)** $2^{10} : 2^{10}$……….2 **c)** $(6^4)^1$………..6^5 **d)** $(8^3)^3$………8^9
e) $(5 . 8)^4$………..$5^2 . 8^2$

……

ACTIVIDAD N ° 4 Reducir a la mínima expresión utilizando propiedades:

a) $a^3 . a^2 . a =$ **b)** $(b^6 . b^5) : b^7 =$ **c)** $(n^6)^2 : (n^2)^5 =$

……

ACTIVIDAD N ° 5 Aplicar las propiedades y luego resolver:

a) $(-7)^2 . (-7)^0 =$ **b)** $(-3)^5 : (-3) =$ **c)** $[(-2)^3]^3 : (-2)^7 =$ **d)** $(9^4)^2 : (9^2)^3 =$

RADICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

La radicación es una operación entre dos números **a** y **n** llamados **base** e **índice**, respectivamente.

Signo o Símbolo radical

Índice → $\sqrt[n]{a} = r$ ← Raíz ⟹ Si $r^n = a$

Base o Radicando

***<u>Aclaración:</u>* * Índice** (n ∈ N, n > 1). ** La expresión $\sqrt[n]{a} = r$ se lee *"la raíz enésima de **a** es **r**".*

*** Cuando el índice de una raíz es 2, no se lo escribe, $\sqrt{a}$ significa raíz cuadrada de **a**.

<u>Ejemplos de Cómo se leen las raíces:</u>

$\sqrt{4}$: raíz cuadrada de 4; $\sqrt[3]{8}$: raíz cúbica de 8; $\sqrt[4]{16}$: raíz cuarta de 16

Resolución por Definición: $\sqrt{25} = \boxed{5}$ ....porque $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$

$\sqrt[4]{81} = \boxed{3}$ ....porque.......^{4} = ...= 81

$\sqrt[3]{-27}$ = ... $\boxed{-3}$ porque $(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$

....

REGLA DE LOS SIGNOS DE LA RADICACIÓN

Impar $\sqrt{+} = +$ $\quad \sqrt[3]{+125} = +5$; porque $(+5)^3 = +125$

Impar $\sqrt{-} = -$ $\Longrightarrow$ $\sqrt[5]{-32} = -2$; porque $(-2)^5 = -32$

Par $\sqrt{+} = \pm$ $\Longrightarrow$ * Cuando el **ÍNDICE** de la raíz es **PAR**, tiene **DOS** posibles **SOLUCIONES**

$\sqrt{36}$ = **6** .... porque $6^2 = 6 \cdot 6 =$ **36**

$\sqrt{36}$ = -6 .... porque $(-6)^2 = (-6) \cdot (-6) =$ **36**

Aclaración: * Para las raíces de índice par **SÓLO** se considerará **EL RESULTADO POSITIVO**

Par $\sqrt{-} =$ $\Longrightarrow$ $\sqrt[4]{-16} \neq$ → $+2$ porque $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = +16$

→ -2 porque $-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = +16$

Las raíces de **base negativa** e **índice par**, **NO TIENEN SOLUCIÓN**, ya que ningún número entero elevado a un exponente par da por resultado un número negativo.

....

Actividad Nº 1:

1) Resuelvan de ser posible, cada una de las siguientes raíces aplicando la definición

a) $\sqrt{81} =$ **b)** $\sqrt[3]{-1000} =$ **c)** $\sqrt{-25} =$

....

Actividad Nº 2 :

Calcular las siguientes raíces**:**

a) $\sqrt{-3^2 + 10^2 - 10} =$ **b)** $\sqrt[3]{-10 \cdot (2-10) - 9 \cdot (-5)} =$ **c)** $\sqrt[4]{-57 : 3 + 2 \cdot (8 \cdot 5 + 5 \cdot 2)} =$

....

PROPIEDADES DE LA RADICACIÓN

* SIMPLIFICACIÓN O AMPLIFICACIÓN DEL INDICE DE UNA RAÍZ

Se pueden **dividir o multiplicar** el **índice** de la raíz y el **exponente** de su base **por un mismo número** distinto de cero **(≠ 0)** y el **resultado NO se modifica**.

Ejemplo **A**: $\sqrt{25} = \sqrt[2]{5^2} = \sqrt[2:2]{5^{2:2}} = 5$; se **simplificó** el índice con el exponente ($\sqrt{25} = 5$)

Ejemplo **B**: $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3\cdot 2]{8^{1\cdot 2}} = \sqrt[6]{8^2} = \sqrt[6]{\ldots\ldots} = 2$; se **amplificó** el índice y el exponente ($\sqrt[3]{8} = 2$)

....

* * PROPIEDAD CANCELATIVA DE LOS ÍNDICES

Si **dos** raíces de igual **índice son iguales,** entonces sus **bases son iguales**.

Ejemplo: $\cancel{\sqrt[3]{27}} = \cancel{\sqrt[3]{27}}$
$27 = 27$ o $\sqrt[\cancel{3}]{4^{\cancel{3}}} = 4$

……

* * *PROPIEDAD RAÍZ DE RAÍZ

La raíz de una raíz **es otra raíz** de la **misma base** cuyo **índice** es el **producto o multiplicación** de los **índices dados**.

Ejemplos: $\sqrt{\sqrt{81}} = \sqrt[2.2]{81} = \sqrt[4]{81} = 3$; $\sqrt{\sqrt[3]{64}} =$ ……$\sqrt{64}$ = ……$\sqrt{64}$ = ……………

* * * * PROPIEDAD DISTRIBUTIVA

La radicación **SI** ***es distributiva*** respecto de la **Multiplicación y la División**. Siempre que se puedan resolver las raíces

Ejemplo: $\sqrt{4\ .\ 9} = \sqrt{36} = \mathbf{6}$ ⟶ Aplicando propiedad: $\sqrt{4\ .\ 9} = \sqrt{4}\ .\ \sqrt{9} = 2\ .\ 3 = \boxed{\mathbf{6}}$

Ejemplo: $\sqrt[3]{1.000\ :\ 125} = \sqrt[3]{8} = \mathbf{2}$ ⟶ Aplicando propiedad: $\sqrt[3]{1.000\ :\ 125} = \sqrt[3]{1.000}\ :\ \sqrt[3]{125} = 10 : 5 = \boxed{\mathbf{2}}$

La radicación **NO** ***es distributiva*** respecto de la **Suma y la Resta**.

Demostración de que aplicando a propiedad distributiva no da el mismo resultado

Ejemplo: $\sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = \boxed{\mathbf{10}}$ ⟶ Aplicando propiedad: $\sqrt{36 + 64} = \sqrt{36} + \sqrt{64} = 6 + 8 = \mathbf{14} \neq \mathbf{10}$

Ejemplo: $\sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = \boxed{\mathbf{3}}$ ⟶ Aplicando propiedad: $\sqrt{25 - 16} = \sqrt{25} - \sqrt{16} = 5 - 4 = \mathbf{1} \neq \mathbf{3}$

……

* * * * PROPIEDAD INVERSA DE LA DISTRIBUTIVA

$\sqrt{4}\ .\ \sqrt{9} = \sqrt{4\ .\ 9} = \sqrt{36} = \mathbf{6}$; $\sqrt[3]{1.000}\ :\ \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{1.000\ :\ 125} = \sqrt[3]{8} = \mathbf{2}$

……

Actividad Nº3

1) Completen con **=** **o** **$\neq$,** según corresponda:

a) $\sqrt{36\ .\ 81}$…………… $\sqrt{36}\ .\ \sqrt{81}$ **b)** $\sqrt{36 + 81}$…………… $\sqrt{36} + \sqrt{81}$

c) $\sqrt{36 - 81}$…………… $\sqrt{36} - \sqrt{81}$ **d)** $\sqrt{36 : 81}$…………… $\sqrt{36} : \sqrt{81}$

……

Actividad N °4: Resolver aplicando las propiedades de la radicación:

a) $\sqrt[15]{27^{5}}$ = b) $\sqrt{27} : \sqrt{3}$ = c) $\sqrt{\sqrt{16}}$ = **d)** $\sqrt[3]{27 \,.\, 1.000}$ =

……

AL FACTOREAR EL RADICANDO PODEMOS ENCONTRAR UNA EXPRESIÓN EQUIVALENTE:

Por ejemplo: $\sqrt{18}$ factoreamos el 18

18	2
9	3
3	3
1	

o sea que el 18 es igual a $2 \,.\, 3 \,.\, 3 = 2 \,.\, 3^{2}$

Entonce $\sqrt{18} = \sqrt{2 \,.\, 3^{2}} = \sqrt{2} \,.\, \cancel{\sqrt{3^{2}}} = \sqrt{2} \,.\, 3 = \boxed{3\sqrt{2}}$

$\sqrt{18}$ es equivalente a 3 $\sqrt{2}$

……

Actividad Nº 5:

Unir las expresiones equivalentes:

* $3\sqrt{2}$

a) $\sqrt{18}$ * $3\sqrt{3}$

b) $\sqrt{20}$ * $2\sqrt{5}$

c) $\sqrt{12}$ * $4\sqrt{2}$

$\sqrt{27}$ * $2\sqrt{3}$